

ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES D'OUTRE-MER
Classe des Sciences naturelles et médicales. N.S. - XV-1, Bruxelles, 1964

MODÈLES GÉOGRAPHIQUES POUR L'ESPACE RURAL AFRICAIN

PAR

H. BEGUIN

Docteur en Sciences géographiques
Licencié en Sciences économiques et financières
Chargé de recherches du F.N.R.S.

Publié avec le concours du Séminaire de Géographie de l'Université de Liège

80 F

KONINKLIJKE ACADEMIE VOOR OVERZEESE WETENSCHAPPEN
Klasse voor Natuur- en Geneeskundige Wetenschappen. N.R.-XV-1, Brussel, 1964

ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES D'OUTRE-MER
Classe des Sciences naturelles et médicales. N.S. - XV-1, Bruxelles, 1964

MODÈLES GÉOGRAPHIQUES POUR L'ESPACE RURAL AFRICAIN

PAR

H. BEGUIN

Docteur en Sciences géographiques
Licencié en Sciences économiques et financières
Chargé de recherches du F.N.R.S.

Publié avec le concours du Séminaire de Géographie de l'Université de Liège

KONINKLIJKE ACADEMIE VOOR OVERZEESE WETENSCHAPPEN
Klasse voor Natuur- en Geneeskundige Wetenschappen. N.R.-XV-1, Brussel, 1964

Mémoire présenté à la Séance

du 21 juin 1963

Rapporteurs: E. Bernard et O. Tulippe

RESUME

Ce mémoire traite essentiellement du problème *géographique* des relations des hommes avec leur espace. Il s'efforce d'exprimer ces relations sous la forme concise et précise de modèles. En ce faisant, il souhaite contribuer à doter la géographie d'une forme complémentaire et nouvelle d'expression.

Il désire susciter un intérêt sur le plan théorique en se présentant comme une modeste contribution à une théorie géographique générale de l'occupation de l'espace. Il présente aussi un intérêt pratique en permettant la mesure de quelques données essentielles à l'aménagement de l'espace.

Il traite du problème de l'étendue nécessaire à une population, ou de la population que peut porter une superficie, compte tenu d'un certain nombre de facteurs comme: le système de culture pratiqué et les potentialités du milieu naturel, leurs variations dans l'espace, le produit par habitant, la quantité de travail requise par l'agriculture et celle que l'homme peut fournir, le temps.

SAMENVATTING

Deze studie behandelt hoofdzakelijk het *aardrijkskundig* vraagstuk der verhouding van de mens met zijn ruimte. Zij wil deze verhouding uitdrukken in de bondige en nauwkeurige vorm van modellen en er aldus toe bijdragen de aardrijkskunde te verrijken met een bijkomende en nieuwe uitdrukingsvorm.

Zij hoopt op theoretisch plan nuttig te zijn als bescheiden bijdrage tot een algemene aardrijkskundige theorie van het bezetten der ruimte. Zij heeft ook een praktisch nut door het

mogelijk te maken enkele essentiële gegevens voor het inrichten der ruimte te meten.

Zij behandelt het vraagstuk van de noodzakelijke omvang van een bevolking die door een bepaalde oppervlakte kan gedragen worden, rekening houdend met een aantal factoren als: de in voege zijnde ontginningsmethoden en de mogelijkheden die het natuurlijk midden bieden, hun verschillen in de ruimte, de opbrengst per inwoner, de door de landbouw vereiste hoeveelheid arbeid en deze die de mens kan leveren, de tijd.

SUMMARY

This paper deals essentially with the *geographical* problem of the relations of men with their territorial space. It is attempting to state those relations in the concise and precise shape of models. So doing, it wishes to contribute to endow geography with a new and complementary form of expression.

It wishes to appear as a modest contribution to a general geographical theory of space occupation. It also shows a practical interest as models allow the measurement of some main data needed for spatial planning.

It deals with the problem of the requisite extent for a population, or with population to be supported by a territory, bearing in mind some factors as: the agricultural system, the potentialities of natural environment, their spatial variations, the output per capita, the amount of work required by agriculture and that which man can provide, time.

Introduction

Etudier les relations des hommes avec l'espace qui leur sert de substrat, a toujours été une des principales préoccupations des géographes. C'est de ces relations qu'il sera question dans les pages qui suivent. C'est dire qu'elles se veulent essentiellement géographiques dans leur objectif, dans leur esprit et dans leurs conclusions.

Chaque science de l'homme se définit le mieux par le point de vue qui la caractérise. La géographie — et en particulier la géographie humaine — n'échappe pas à cette règle. A travers toutes les formules qui ont été proposées pour définir la géographie, on remarque un trait dominant: celui qui exprime le caractère spatial du point de vue géographique. L'espace est au centre des préoccupations du géographe. En voyant les choses dans l'espace, le géographe les met aussi en relation avec chacun des éléments qui caractérisent un lieu; ces éléments, leurs relations, leurs proportions, constituent un milieu géographique. Espace et complexe de relations localisées, tels sont donc les deux thèmes principaux qui définissent la géographie, cette « science totale de l'espace humanisé » (1). En explicitant ainsi ce qui fait l'essence de la géographie, ce sont les limites et l'esprit dans lesquels le présent travail a été conçu, qui ont été circonscrits.

Toute la littérature géographique s'est efforcée de démontrer la richesse et la fécondité de ce point de vue particulier. Dans cette entreprise, elle réussit avec un bonheur inégal. Elle possède un actif important. Elle peut, par exemple, se prévaloir d'avoir sensibilisé le monde scientifique à la différenciation régionale, ou d'avoir définitivement (on l'espère) éliminé l'idée de déterminisme du milieu naturel. En revanche, la géographie n'a peut-être pas pu occuper, parmi les autres sciences, la place que l'originalité de son point de vue lui faisait mériter. Nom-

(1) P. GEORGE: Existe-t-il une géographie appliquée ? (*Annales de Géogr.*, Paris, n° 380, 1961, p. 341).

breux sont encore les milieux où elle n'est guère connue ou mal connue. Voilà certainement une absence qu'il faut vivement regretter. Mais devant la faiblesse de cette diffusion, à qui s'en prendre si ce n'est aux géographes eux-mêmes ?

Lorsqu'on est convaincu de l'originalité et de la fécondité du point de vue géographique (2), comment comprendre l'insuffisance de sa réputation ? L'explication ne peut guère résider que dans la façon dont la géographie s'exprime et se fait connaître. Un des soucis majeurs de la géographie a toujours été de se tenir aussi près que possible de la réalité du monde qu'elle décrit et qu'elle explique. Coller au réel, maintenir les deux pieds solidement rivés au sol, figurent parmi ses caractéristiques. En adoptant cette attitude, elle a acquis un sens aigu des nuances, de la complexité des multiples relations qui confèrent à chaque lieu sa physionomie propre, de la personnalité régionale, ainsi qu'une méfiance vis-à-vis de toute généralisation hâtive, de toute explication globale qui ne concorderait pas avec l'ensemble des observations recueillies dans les faits. Ces acquisitions sont tout à son honneur.

Cependant, ce souci d'étroit contact avec le concret ne présente pas uniquement des avantages. D'aucuns reprochent à la géographie le caractère descriptif de bon nombre de ses études; ils regrettent par la même occasion la trop faible place qu'y occupe l'explication. Ce n'est pas ici le lieu de se prononcer sur ce jugement général. Mais il convient de constater qu'une liaison existe entre la volonté de se maintenir aussi près que possible de la réalité du monde et la nécessité de procéder à des analyses, de décrire. Il n'empêche que l'analyse conduit inévitablement à la mise en évidence de relations d'interdépendance entre phénomènes observés, et par là à l'explication. Description et explication sont donc présents ensemble. Fondé ou non, le reproche d'excès de description n'en demeure pas moins réellement formulé. Au delà de sa réfutation, ne convient-il pas que la géographie tente d'en tirer une leçon ? Ne se doit-

(2) A ceux qui ne le sont pas, il reste à faire l'effort de se familiariser avec la bonne littérature géographique.

elle pas de prendre en considération la part de vérité qu'il contient ?

La même attitude doit sans doute être prise vis-à-vis d'autres critiques parfois adressées à la géographie: s'efforcer de tenir compte de ce qu'elles peuvent avoir de fondé. C'est dans cet esprit qu'il convient d'accueillir les remarques qui font état d'une certaine faiblesse dans le jeu des techniques, dans l'outillage conceptuel de la géographie. Les concepts spécifiquement géographiques seraient insuffisamment nombreux; ils ne seraient pas définis avec assez de rigueur et de précision; en conséquence, l'établissement de relations fondamentales entre eux serait rendue plus difficile. La définition d'un concept exige souvent un certain détachement, une certaine « abstraction » de la réalité; ce qui ne s'accorde pas toujours aisément avec le désir de la géographie d'être aussi proche que possible du concret.

En somme, les critiques adressées à la géographie semblent surtout lui reprocher une manière de s'exprimer insuffisamment « théorique ». Aux yeux de ceux qui l'observent de l'extérieur, la géographie apparaît parfois comme insuffisamment pourvue de ces structures et de ces schémas formels et généraux qui, ailleurs, constituent des « théories ». Le reproche n'est certainement pas justifié dans sa totalité. Mais il met le doigt sur une faiblesse de la science géographique. Celle-ci, on l'a déjà dit, possède sa valeur propre que ses travaux mettent en évidence. Pour cette raison, rien n'est à retrancher aux principes qui ont guidé et inspiré la recherche géographique et son expression, et qui continuent à le faire. Mais peut-être y a-t-il quelque chose à *ajouter* à la manière d'exprimer ce que le point de vue géographique révèle. Ce « quelque chose » s'inspirerait de ce que les critiques adressées à la géographie ont de plus fondé, ainsi que des carences ressenties par les géographes eux-mêmes.

Il s'agit donc d'un *complément*, c'est-à-dire d'éléments qui supposent l'existence préalable d'une géographie forte de sa méthode, de son esprit, de l'originalité de ses objectifs, bref de sa personnalité propre. Ce complément semble devoir être constitué par un renforcement (quantitatif et qualitatif) de l'ensemble des concepts utilisés, par l'utilisation d'une symbolique, par une formalisation. Il exige du géographe qu'il puisse

s'abstraire, dans une certaine mesure, du monde concret, sans trahir en aucune manière la vocation de sa discipline. Il demande que soit opérée une certaine élimination des détails, de l'accessoire, au seul profit de l'essentiel.

En revanche, ce complément aidera le chercheur à mieux percevoir la nature des relations d'interdépendance qu'il découvre, à les saisir avec plus de concision et de précision. Il permettra de mieux soutenir la généralité de certaines relations déjà mises en évidence par la géographie. Il semble être ainsi susceptible d'enrichir la géographie en lui apportant ce dont la critique déplorait la carence. Peut-être cette optique formelle conduira-t-elle un jour à l'élaboration de ce qu'on pourrait appeler une *théorie géographique générale*. L'avenir dira si cette vue est utopique.

Les pages qui suivent sont un essai tenté dans cette direction.

Elles veulent être une tentative, sans plus. Et une tentative limitée. L'essai se limite dans l'espace: il choisit l'Afrique rurale où se pratique une agriculture encore peu productive. Il envisage l'espace rural, le nombre d'hommes qui y vivent, le système de culture en vigueur, le niveau de vie qu'il procure, d'autres éléments encore. L'essai ne prétend nullement prendre en considération tous les facteurs qui exercent une influence quelconque sur les relations des hommes avec l'espace qu'ils occupent et qu'ils exploitent; il tient compte des principaux d'entre eux. Il concerne la capacité d'un système de culture à faire vivre une population; il relate le degré d'emprise de l'homme sur son terroir. A ce titre, il se veut une contribution à une théorie géographique de l'occupation de l'espace.

Se fixer comme objectif une contribution à une théorie, n'est pas pour autant perdre le contact étroit avec la réalité. Au contraire, tout au long de ce travail, les liens entre les modèles et la réalité concrète qu'ils représentent, seront explicités. Les exemples choisis contribueront à rendre ce contact à la fois plus réel et plus vivant.

Ce souci d'épouser au mieux les contours des situations réelles, sera poussé plus loin encore. Dans les développements qui vont suivre, l'idée que les considérations émises peuvent pré-

senter une utilité pratique, se fera jour. Quoi de plus naturel que de voir la connaissance scientifique des faits être utile, et même nécessaire, à l'élaboration d'une politique qui veut être maîtresse de l'organisation de l'espace par l'homme ? Cet inévitable débouché de la connaissance sur l'utilité pratique, ne sera pas passé sous silence. Parfois même, quelques développements supplémentaires lui seront consacrés.

On pourra appeler « modèles » les différentes expressions qui feront voir les relations d'interdépendance établies entre les éléments tels que le nombre d'hommes, la surface occupée, le système de culture, etc. On pourra qualifier ces modèles de « géographiques » puisqu'ils représenteront des relations entre éléments localisés.

Les premières relations établies seront très simples. Ensuite, les modèles deviendront de plus en plus complexes; en sorte qu'ils exprimeront la réalité qu'ils prétendent représenter, avec une fidélité croissante.

Achevons cette introduction sur une impression. Les pages qui suivent souhaitent susciter un intérêt théorique et un intérêt pratique. Mais tous deux se traduisent dans les mêmes expressions sans que la part de l'un se distingue toujours de la part de l'autre.

CHAPITRE I

Potentiel

La complexité des relations des hommes avec l'espace qu'ils occupent n'est plus à démontrer. Les différentes formes que peuvent prendre ces relations dépendent d'un grand nombre de facteurs. Les prendre en considération un par un, tenter d'apprécier la part prise par chacun d'eux à l'édification des formes géographiques observées, c'est là une des lourdes tâches que la géographie humaine s'efforce d'assumer.

Mais au moment de tenter un essai de formalisation, il serait certainement vain de prétendre maîtriser, dès l'abord, cette énorme complexité. Mieux vaut sans doute approcher le problème en exprimant ses données aussi simplement que possible. C'est le but que poursuit ce premier chapitre. Il tentera de ramener à une expression unique, les effets conjoints de plusieurs facteurs déterminant les types de relations entre un milieu et ceux qui y vivent et en vivent. C'est en somme à la naissance d'un concept nouveau et synthétique que le lecteur est convié.

1. SYSTÈME DE CULTURE

Tout d'abord quelques rappels de notions mieux connues et quelques mises au point.

Les gens exploitent une région donnée en y pratiquant un système de culture déterminé. Le système de culture est défini comme étant l'ensemble des éléments suivants: répertoire des plantes cultivées et animaux utilisés, ordonnancement de ces

ressources au sein de l'exploitation (rotations, assolements), méthodes et techniques, degré d'intensivité (3).

En Afrique, généralement, un champ voit se succéder quelques années de culture et quelques années de jachère. Un certain nombre de plantes cultivées se succèdent dans un ordre déterminé, caractéristique de la rotation adoptée; cette mise sous culture dure un certain nombre d'années: soit c ce nombre. La culture, sans fourrages, sans engrais, ne peut se pratiquer d'une manière continue. Pour maintenir la fertilité du sol, la rotation doit être suivie d'une jachère dont la durée ne peut être inférieure à un certain minimum: soit j ce nombre d'années minimum. Ainsi, le cycle cultural a une durée égale à $c + j$ années. Une fois le cycle bouclé, on peut le recommencer indéfiniment sans danger pour les sols et avec des rendements constants. Ce cycle cultural représente donc la durée minimum d'une succession culture-jachère telle que la conservation des sols soit assurée et que la continuité du système soit préservée dans le temps.

Un système de culture n'est pas caractérisé par une seule rotation. Il en comporte généralement plusieurs. Ainsi, au Kasai (Congo), un système de culture rassemble 10, 15 ou 20 rotations différentes. Cependant, beaucoup de rotations ne sont que des variantes d'un même type. De plus, toutes les rotations ne revêtent pas la même importance, en ce sens qu'elles interviennent pour des parts très diverses dans le système de culture. Il y a des rotations dominantes: à 4, 5 ou 6, parfois moins, elles occupent 80 ou 90 % des terres sous culture. Il y a ensuite les autres rotations qui ne se pratiquent que sur de faibles étendues et ne prennent donc qu'une faible part au système de culture: elles sont alors une dizaine ou une vingtaine à se partager quelques pour-cents de la superficie des champs.

La *figure 1* permet de se représenter un système de culture en tant que combinaison d'un certain nombre de rotations. A titre d'exemple, elle représente un système de culture d'une

(3) Selon P. GEORGE: La campagne (Paris, Presses Univ. de France, 1956, p. 75).

savane sableuse du Kasai. Les lettres sont les initiales des plantes cultivées: Arachide, Manioc, maïs, Haricot de première saison, haricot de deuxième saison, Coton. En ordonnée, l'espace: la superficie défrichée pour être mise sous culture, est exprimée

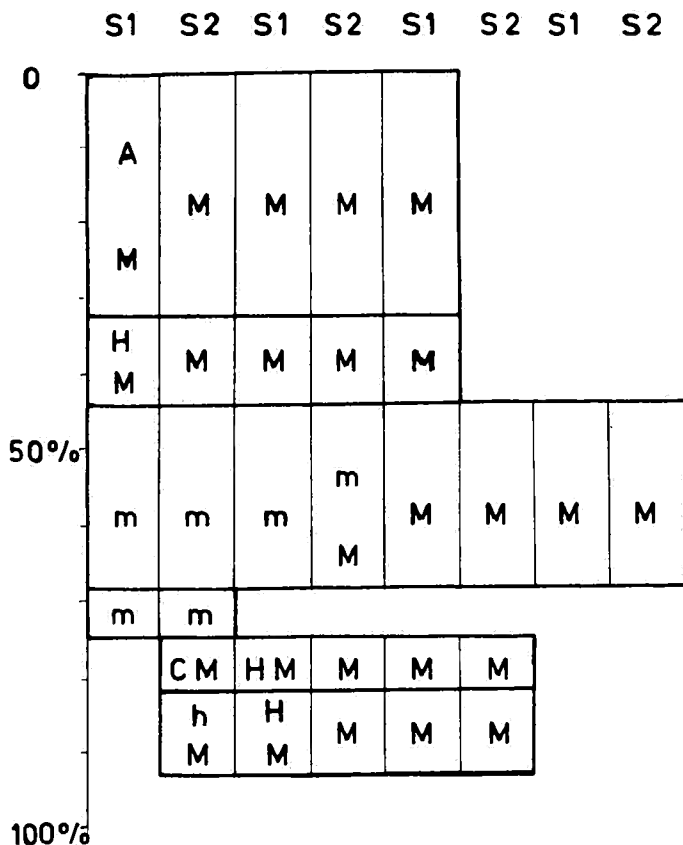


FIG. 1. — Représentation d'un système de culture en tant que combinaison d'un certain nombre de rotations

en %. En abscisse, le temps exprimé en saisons agricoles successives (deux saisons par an: S1 et S2): en lisant horizontalement, on découvre la succession des plantes qui constitue une rotation (4). La hauteur d'une ligne (selon l'ordonnée) représente

(4) Le cycle végétatif de chaque plante dure une saison, sauf pour le manioc qui peut occuper le terrain pendant 5 saisons. C'est pourquoi chaque signe manioc (M) est représenté 5 fois sur la figure alors qu'il s'agit d'une seule culture.

l'importance de la rotation qui s'y lit, c'est-à-dire la superficie qui lui est consacrée par rapport au total de la superficie cultivée. La figure ne représente que les rotations qui occupent au moins 5 % de la superficie totale. Elle exprime la physionomie d'un système de culture donné. Physionomie partielle cependant, puisqu'on n'y trouve pas mention de durée de jachère ou de techniques utilisées.

2. POTENTIEL

Pour obtenir régulièrement, à long terme, une production annuelle déterminée, le cultivateur a besoin d'une surface supérieure à la seule superficie cultivée capable de lui fournir cette même production au cours d'une année donnée. Ce supplément d'étendue est rendu nécessaire par l'existence de la jachère. Besoins pour la culture et besoins de jachère déterminent une superficie totale dont il faut nécessairement disposer pour parvenir à une production annuelle régulière définie. Dans ce qui va suivre, c'est de cette superficie *totale* qu'il sera question, chaque fois qu'il sera fait allusion à la superficie nécessaire à l'obtention d'une production annuelle donnée.

Dans une région déterminée, on peut chercher à connaître la production annuelle maximum que peut fournir une unité de surface: convenons d'appeler *potentiel* cette production. Ainsi défini, le potentiel est donc la production annuelle maximum que l'on peut régulièrement tirer d'une unité de surface donnée par la pratique d'un système de culture déterminé. Convenons de représenter le potentiel par le symbole v .

Le potentiel peut s'exprimer de diverses manières. Puisqu'il s'agit d'une production agricole, il peut être mesuré en unités de poids. C'est l'unité qui sera adoptée ici: poids de produits agricoles récoltés, secs et décortiqués, par unité de surface. Bien entendu, d'autres façons de mesurer cette production peuvent être proposées et adoptées: la valeur alimentaire (exprimée en calories, en protides, ...) ou la valeur économique exprimée

en unités monétaires. Sur le plan théorique, peu importe l'unité. Sur le plan pratique, c'est le but poursuivi qui décidera de la manière dont on évaluera une récolte. D'ailleurs, il n'est que de connaître quelques coefficients pour pouvoir convertir une mesure en une autre. C'est de toutes façons la même masse de produits qu'il s'agit de mesurer.

Le potentiel varie essentiellement avec deux éléments: les caractéristiques du système de culture et les caractéristiques du milieu où ce système est pratiqué.

Parmi ces dernières caractéristiques, le type de sol avec ses qualités agricoles semble occuper une place prépondérante. Il en va de même pour le type de climat (5). Mais afin de ne pas encombrer cet essai, les variations de climat ne seront pas prises en considération. A celui qui voudrait le faire, il suffirait d'ailleurs de reprendre, par analogie, pour application aux variations de climat, ce qui sera dit dans la suite concernant les variations pédologiques. Convenons donc de limiter la validité des notes qui suivent, à l'intérieur d'une unité climatique. Les problèmes pratiques se posent d'ailleurs dans ces limites et n'en débordent pas.

Un même système de culture appliqué à deux sols différents procurera deux productions différentes: les deux potentiels seront donc différents. De même, un sol soumis à deux systèmes de culture distincts conduira à constater deux potentiels différents.

En somme, le potentiel exprime l'efficacité de la combinaison d'un système de culture donné avec un type de sol déterminé. Le concept est synthétique et géographique. Synthétique car il exprime le résultat de l'interaction de nombreux facteurs. Géographique car l'expression de cette interaction des techniques de l'homme avec le milieu naturel, se marque dans l'espace et contribue à caractériser un lieu et son paysage.

(5) Et peut-être aussi pour d'autres éléments du milieu naturel. Mais tous ces éléments exercent une influence sur le sol qu'ils façonnent de quelque manière. Le type de sol, à lui seul, est donc déjà, à un certain degré, une expression synthétique du milieu naturel. Un sol de savane, par exemple, n'est pas pareil au sol de forêt situé à quelques dizaines de mètres plus loin.

3. POTENTIEL ET ROTATION

La question se pose de savoir comment se calcule le potentiel d'un ensemble sol-système de culture. Commençons par chercher à déterminer le potentiel relatif à une rotation donnée pour un type de sol défini.

Le cycle cultural a une durée égale à $c + j$, où c et j sont exprimés en nombre d'années. Considérons que, chaque année, le cycle cultural soit entamé par l'ouverture de la rotation sur une unité de surface. A partir du moment où le défrichement d'une superficie unitaire est consacré au déroulement du cycle cultural, les besoins de terre pour mener à bien toute la rotation et accorder aux champs un repos suffisant, se montent à $c + j$ unités de surface. En effet, la seconde année nécessitera un défrichement unitaire pour entamer la rotation, pendant que la première sole sera occupée par les plantes de la deuxième année de la rotation; la troisième année verra s'achever la rotation sur la première sole, la verra se poursuivre sur la seconde sole, la verra entamée sur le nouveau défrichement; et ainsi de suite; la première sole sera cultivée à nouveau après qu'elle aura pu se reposer pendant j années. Le cycle aura donc bien nécessité un espace de $c + j$ unités de surface.

Chaque année, des récoltes seront opérées sur les soles en culture, c'est-à-dire sur c unités de surface. L'ensemble de ces récoltes est la production annuelle totale: convenons de la désigner par P ; cette production est le total de toutes les récoltes (p_i étant une récolte de la plante i) pratiquées sur chacune des soles cultivées:

$$P = \sum_{i=1}^{i=n} p_i$$

où n est le nombre de récoltes pratiquées chaque année; n est d'ailleurs aussi le nombre de récoltes faites pendant la durée d'une rotation; n est différent de c parce qu'il peut y avoir plus d'une récolte par an (cultures mélangées ou plusieurs saisons agricoles). Puisqu'il s'agit de surfaces unitaires, la production d'une plante sera exprimée par le même nombre que le rende-

ment. Il suffit donc de connaître les rendements pour calculer directement et rapidement la récolte annuelle totale P .

La production P est obtenue en consacrant à l'exploitation une étendue de $c+j$ unités de surface. Donc, la production qui serait obtenue sur une unité de superficie serait:

$$\frac{P}{c+j}$$

Ayant défini le potentiel comme étant cette même production par unité de surface, on peut écrire:

$$v = \frac{P}{c+j}$$

Le calcul du potentiel relatif à une rotation pratiquée sur un type de sol, est donc aisé: c'est le quotient, par la durée du cycle cultural, de la somme des rendements des cultures composant la rotation.

Voici un exemple. Une rotation se caractérise par la succession suivante: arachide, haricot, manioc. Elle se pratique sur sols pauvres, au Kasai, et les rendements qu'elle enregistre sont, respectivement: 0,5, 0,3 et 3,7 tonnes à l'hectare. Par conséquent, on a:

$$P = 0,5 + 0,3 + 3,7 = 4,5 \text{ tonnes.}$$

Le champ reste 2,5 ans sous culture puis il nécessite une jachère de 6,5 ans; le cycle cultural est donc de 9 ans. Dans ce cas, le potentiel sera:

$$v = \frac{4,5}{9} = 0,5 \text{ tonnes à l'hectare.}$$

Sans doute convient-il encore de remarquer que le type de sol comme le système de culture agissent aussi bien sur le numérateur (rendements) du quotient déterminant le potentiel, que sur son dénominateur (durée du cycle cultural). Le potentiel exprime donc le résultat d'interactions à propos desquelles il serait très difficile de dissocier les influences.

4. POTENTIEL ET SYSTÈME DE CULTURE

Mais un système de culture est fait d'un ensemble de rotations, comme l'indique la figure 1. Il ne suffit donc pas de calculer le potentiel relatif à une seule rotation. Le potentiel exprimant le résultat de la pratique d'un système de culture sur un sol, sera une moyenne des potentiels relatifs aux diverses rotations qui composent le système. Mais puisque chaque rotation n'a pas la même importance au sein du système, il convient de pondérer cette moyenne par la place occupée par chaque rotation dans le système de culture.

Soit l le nombre de rotations composant un système de culture; soit v_i le potentiel de la rotation i ; soit r_i la surface occupée par cette rotation i . Dès lors, le potentiel v relatif au système de culture sera:

$$v = \frac{\sum_{i=1}^{i=l} v_i \cdot r_i}{\sum_{i=1}^{i=l} r_i}$$

A titre d'exemple, proposons-nous de rechercher le potentiel relatif au système de culture représenté par la figure 1 et pratiqué sur sols pauvres du Kasai. Le calcul du potentiel pour chacune des 6 rotations principales composant le système, donne, respectivement: 0,5, 0,47, 0,3, 0,3, 0,42, 0,42 tonnes à l'hectare (t/ha). Ces résultats seront pondérés par les étendues consacrées à chaque rotation (étendues mesurables le long de l'ordonnée de la figure). Leur moyenne sera le potentiel cherché:

$$v = \frac{0,5 \times 32 + 0,47 \times 12 + 0,3 \times 25 + 0,3 \times 6 + 0,42 \times 7 + 0,42 \times 12}{32 + 12 + 25 + 6 + 7 + 12}$$

$$= 0,41 \text{ t/ha ou } 41 \text{ tonnes au km}^2.$$

Ainsi, à chaque lieu caractérisé par un type de sol et par un système de culture, correspond une grandeur qui exprime ce que peut donner la combinaison optimum de ces deux éléments: le potentiel.

CHAPITRE II

Potentiel constant, population et produit par habitant

Convenons d'appeler « région homogène » une région où les sols sont partout pareils et où un seul et même système de culture est en vigueur. C'est se placer dans des conditions très simples: le potentiel est constant partout. La réalité n'offre sans doute guère le spectacle de semblable uniformité, sauf sur de faibles étendues. La situation en région homogène servira cependant de point de départ.

Dans une région homogène caractérisée par un potentiel déterminé, chaque habitant qui exploite une certaine surface obtient un produit annuel donné: soit u ce produit, exprimé en unités de poids par exemple. Ce produit annuel, qui pourrait aussi être appelé revenu annuel, procure à chacun un certain niveau de vie. Dans ces conditions, la quantité de terres dont un habitant a besoin, dépend de ce qu'il estime devoir et pouvoir récolter pour pouvoir s'assurer un niveau de vie donné.

Dès lors, si v est le potentiel de la région (production annuelle d'une unité de surface), un habitant qui désire obtenir annuellement un produit u , aura besoin d'une surface déterminée par le quotient: $\frac{u}{v}$. Ainsi, là où le potentiel est de 0,6 t/ha, un habitant souhaitant récolter une tonne l'an aura besoin de: $\frac{1}{0,6} = 1,67$ hectares.

En généralisant, on peut écrire qu'une population p (exprimée en nombre d'habitants) désirant assurer à chacun de ses membres un revenu annuel u , a besoin d'une étendue s donnée par la relation suivante:

$$s = p \frac{u}{v} \quad \text{d'où l'on tire: } sv = pu$$

A partir de cette dernière relation, il est aisé de poser et de résoudre plusieurs problèmes relatifs aux relations entre les hommes et l'espace dont ils vivent.

C'est ainsi qu'il est facile de connaître le produit annuel par habitant qu'obtient une population donnée qui exploite une région homogène d'étendue définie et caractérisée par un potentiel connu. Ou bien de calculer le potentiel d'une région donnée dont chacun des p habitants tire un revenu donné.

Un autre problème, qui présente certainement un intérêt pratique plus accusé, est le suivant. Il consiste à chercher à savoir quelle est la superficie (s) qui sera nécessaire à une population donnée (p) pour que chaque habitant obtienne un certain produit annuel (u) en pratiquant tel système de culture sur tel type de sol (v). Cette superficie c'est:

$$s = \frac{pu}{v}$$

Si on a: $v = 60 \text{ t/km}^2$, $p = 1\,000 \text{ hab}$, $u = 1 \text{ t}$, on aura:

$$s = \frac{1000 \cdot 1}{60} = 16,67 \text{ km}^2.$$

Dans le cas d'une région bien délimitée d'étendue s , et caractérisée par un potentiel connu v , on peut aussi se demander quelle est la population maximum (p) qui pourra y vivre en obtenant un produit annuel donné par habitant (u). Ce sera:

$$p = \frac{sv}{u}$$

Si on a: $v = 60 \text{ t/km}^2$, $u = 1 \text{ t}$, $s = 20 \text{ km}^2$, on aura:

$$p = \frac{20 \cdot 60}{1} = 1\,200 \text{ habitants.}$$

Le même problème peut se poser dans les termes suivants: quelle est la densité de population maximum permise (d) dans

des conditions déterminées de potentiel et de produit annuel par tête ? La réponse est simple:

$$d = \frac{p}{s} = \frac{v}{u}$$

Si on a: $v = 60 \text{ t/km}^2$, et $u = 1,2 \text{ t}$,

on aura: $d = \frac{60}{1,2} = 50 \text{ hab./km}^2$.

Des quelques problèmes qui viennent d'être posés, il suffira de retenir les deux derniers (où les inconnues sont, respectivement, la superficie et la population). Le traitement des autres questions pourra se faire par analogie. Ces deux problèmes sont ceux qui présentent le plus d'intérêt pratique dans le cadre d'une politique de développement rural en Afrique.

Voilà donc que ce très bref chapitre a établi une première relation entre la population et sa densité, le système de culture et le sol exprimés par le potentiel, le produit annuel par habitant.

CHAPITRE III

Potentiel variable

Le modèle précédent est très simple, bien qu'il exprime des relations d'interdépendance entre des éléments nombreux tels que population, produit par tête, superficie, sols, rotations, techniques. La simple énumération de ces éléments suggère déjà une complexité de leurs relations, une multitude des formes, que les géographes connaissent bien. Cette apparente contradiction entre la simplicité du modèle et la diversité de ce qu'il représente, c'est le concept de potentiel qui la résout, grâce à son essence synthétique et à sa souplesse. C'est en lui que se manifeste l'immense variété des liens entre l'agriculture et son milieu d'implantation, pour en ressortir sous l'apparente simplicité d'un « potentiel » qui, à son tour, facilite l'élaboration d'un modèle simple représentant une réalité complexe.

Il va falloir maintenant enrichir quelque peu le modèle obtenu au chapitre précédent, afin de le rapprocher davantage des réalités du monde rural africain.

L'hypothèse de la région homogène est peut-être celle qui s'accepte avec le plus de réserves. En effet, les systèmes de culture et surtout les types de sols, présentent rarement une uniformité dans l'espace pour peu que l'on dépasse le niveau de la très petite étendue. Mieux vaut donc abandonner cette hypothèse pour adopter celle, plus réaliste, d'une région où le potentiel varie selon les lieux.

Dans pareille région, il existe inévitablement un endroit où le potentiel atteint une valeur maximum (soit v_M) et un autre lieu où cette valeur est minimum (soit v_m). Entre ces deux extrêmes, le potentiel varie. Et nous voici placés devant une

multitude de perspectives, car le potentiel peut varier selon les lieux de mille façons. Sans doute convient-il d'être systématique et de commencer par le mode de variation le plus simple. C'est pourquoi ce chapitre considérera qu'entre les deux extrêmes v_M et v_m , le potentiel varie d'une manière continue (ou assimilable) et linéaire; en d'autres termes, à toutes les valeurs intermédiaires du potentiel, correspondent de très petites surfaces toutes égales entre elles.

Ceci étant, que deviennent les modèles déjà esquissés? La réponse à cette question sera donnée en s'efforçant de résoudre les deux problèmes soulevés au chapitre précédent: pour un potentiel et un produit par tête donnés, de quelle superficie a besoin telle population et quelle population peut porter telle superficie ?

1. LA POPULATION D'UNE RÉGION DÉTERMINÉE

Une région déterminée s'étend sur une superficie S . Le potentiel relatif à cette région varie linéairement avec l'étendue occupée depuis une valeur maximum v_M jusqu'à une valeur minimum v_m . Quelle population maximum la région pourra-t-elle recevoir pour que chaque habitant puisse obtenir un produit annuel donné μ ?

Le raisonnement à suivre est tout à fait semblable à celui qui a été utilisé au chapitre II. Mais il est bien évident qu'ici, pour l'ensemble de la région, le potentiel à prendre en considération est le potentiel *moyen*: soit $\bar{v}$. Puisque le potentiel varie de façon linéaire le potentiel moyen vaut:

$$\bar{v} = \frac{v_M + v_m}{2}$$

Ceci étant, la relation de base entre les quatre variables devient:

$$s\bar{v} = p\mu \quad (1)$$

d'où l'on peut tirer:

$$p = \frac{s\bar{v}}{u} \quad \text{et} \quad d = \frac{p}{s} = \frac{\bar{v}}{u}$$

Traitons rapidement un exemple. Une région de 100 km² où le potentiel varie linéairement de 100 t/km² à 60 t/km², assurera un produit annuel d'une tonne à chaque habitant, à une population maximum de:

$$p = \frac{100 \cdot \frac{100+60}{2}}{1} = 8\,000 \text{ habitants.}$$

La densité maximum de population est donc de 80 hab./km².

2. L'ESPACE NÉCESSAIRE À UNE POPULATION

Se demander quel est l'espace nécessaire à une population donnée est une autre manière de se poser le problème des relations population-surface occupée. La question soulevée est la suivante: de quelle superficie s a besoin une population p pour procurer à chaque habitant une production annuelle déterminée u , à l'intérieur d'une région d'étendue S où le potentiel varie linéairement d'une valeur maximum v_M à une valeur minimum v_m ?

Ainsi posé, le problème ne trouve pas une solution aussi immédiate que dans le cas précédent. En effet, lorsque la population — qui est donnée — n'occupe qu'une partie de la région, le potentiel moyen à prendre en considération est celui qui est relatif à cette *partie* de région, et non pas le potentiel moyen de la région entière. Ceci demande réflexion, mais il n'en sera question qu'un peu plus loin (voir *sub b*). Car auparavant, un préalable s'impose qui jettera un pont entre théorie et pratique au sujet du choix, par la population, des terroirs qu'elle occupe.

a) *Le choix de la population*

Sur le plan théorique, une double hypothèse sera admise. C'est tout d'abord que la population qui occupe une région

déterminée d'étendue S , est parfaitement libre de s'établir en n'importe quel point de la région. C'est ensuite que ce libre choix du lieu de résidence, se fait avant tout en fonction d'impératifs agricoles.

On peut alors admettre que la population cherchera à occuper les zones où la combinaison d'un système de culture et d'un type de sol donnera les meilleurs résultats; c'est-à-dire les résultats qui valorisent au mieux le travail que les hommes consacrent à leur activité agricole. Ces zones sont celles auxquelles correspondent les potentiels les plus élevés.

Les premiers occupants s'installent là où le système de culture qu'ils appliquent au sol, donne le plus haut potentiel. Ceux qui suivent, ne pourront occuper que des endroits où le potentiel est moins élevé. A mesure que la population s'accroît, les derniers venus doivent s'adresser à des zones à potentiel de plus en plus faible. Par conséquent, chaque habitant supplémentaire, pour produire annuellement la même quantité que son prédécesseur, aura besoin d'un peu plus de terres que lui. Ainsi, à mesure que la surface occupée augmente, on voit s'accroître les besoins de terres par habitant, diminuer le potentiel relatif à la dernière parcelle exploitée, et diminuer le potentiel moyen correspondant au total de l'étendue occupée.

En accréditant la double hypothèse ci-dessus, sommes-nous éloignés de la réalité africaine ? Le libre choix du lieu d'installation en fonction seulement d'impératifs agricoles, n'est peut-être pas fréquent en Afrique. En effet, l'histoire des migrations n'a certainement pas toujours été celle d'un choix libre et pacifique, par chaque groupe d'hommes, du lieu qui lui paraissait le mieux convenir à son établissement. Chaque groupe ethnique a dû compter avec ses voisins. Plus tard, il lui a parfois fallu répondre aux exigences du pouvoir administrant, en venant se fixer le long des routes créées par ce dernier.

Cependant, les obstacles au libre choix du terroir par le groupe utilisateur, perdent de leur force — et peuvent finir par disparaître — à mesure que l'on se rapproche des deux situations suivantes: faible densité de la population, et homogénéité du groupe ethnique. En effet, lorsque la densité du

peuplement est peu élevée, les heurts entre groupes voisins se font rares, et il devient plus commode, pour chacun, de choisir véritablement son terroir. Il en va de même à l'intérieur du groupe ethnique, où les rivalités font place à l'alliance et à l'entente.

Par conséquent, le fait de considérer des régions dont l'étendue est celle du domaine d'un groupe ethnique, permet à l'hypothèse présentée ci-dessus de n'être pas utopique et de correspondre à une réalité. L'hypothèse peut même rester valable pour des étendues plus vastes lorsque la densité de la population est faible; c'est précisément le cas dans la plus grande partie du continent africain.

Mais tout ce qui précède regarde le passé et s'efforce de tester la validité de l'hypothèse en vue de l'interprétation des situations actuelles léguées par l'histoire.

Mais que l'on se tourne vers l'avenir, et toute tentative d'évaluation du bien-fondé de l'hypothèse devient inutile. En effet, toutes les politiques d'aménagement de l'espace admettent sans peine le choix du lieu d'établissement en fonction d'impératifs de productivité. Qu'il s'agisse d'une région vide qui s'ouvre à la colonisation, ou d'une région partiellement occupée où la mobilité des exploitants serait encouragée, l'hypothèse est admise de plein droit: tout porte une autorité soucieuse de mise en valeur rationnelle, à faciliter aux exploitants, pour leur installation, le choix des zones à plus haut potentiel.

L'hypothèse du choix du lieu d'établissement en fonction de considérations de rendement, sera partout sous-jacente dans la suite de ce travail.

b) *Solution du problème*

Puisque les gens s'établissent d'abord dans les zones à potentiel élevé, le potentiel de la dernière unité de superficie occupée (v) diminue au fur et à mesure que l'étendue occupée (s) augmente. Entre ce potentiel et cette surface occupée, s'établit donc une relation: $v = f(s)$. Puisque ce troisième chapitre a convenu d'une variation *linéaire* du potentiel, cette relation aura

la forme: $v = As + B$ où A et B sont des coefficients qu'il convient maintenant de déterminer.

Les meilleures zones (celles auxquelles correspond un haut potentiel) étant occupées d'abord, le potentiel maximum de la région (v_M) correspondra à une surface occupée nulle ($s=0$). D'autre part, lorsque la région sera entièrement occupée ($s=S$), le potentiel du dernier point occupé aura la valeur minimum v_m . Par conséquent, la relation du premier degré qui lie le potentiel relatif à un lieu, à la surface occupée jusqu'à ce lieu, est l'équation de la droite qui passe par les deux points $(0, v_M)$ et (S, v_m) , c'est-à-dire:

$$\frac{v - v_m}{v_M - v_m} = \frac{s - S}{-S} \quad \text{d'où il vient : } v = v_M - \frac{v_M - v_m}{S} s$$

Pour simplifier les écritures, posons:

$$\frac{v_M - v_m}{S} = a$$

On a alors:

$$v = v_M - as \quad (2)$$

La signification de la relation (2) est la suivante: dans une région d'étendue S dont le potentiel varie linéairement d'une valeur maximum connue à une valeur minimum connue, il est possible de calculer aisément le potentiel correspondant à la dernière unité de surface occupée, quelle que soit l'étendue de cette dernière.

Savoir calculer le potentiel relatif à la dernière unité de surface occupée, n'est qu'une étape. Au-delà, c'est le potentiel moyen de toute l'étendue occupée qu'il convient de rechercher. La moyenne est la demi-somme des deux valeurs extrêmes. Puisque les plus hauts potentiels sont recherchés d'abord, celles-ci sont d'une part v_M et d'autre part le potentiel de la dernière unité de surface occupée (v tel que le donne la relation (2)); le potentiel moyen de la zone occupée vaut donc:

$$\bar{v} = \frac{v_M + v}{2} = \frac{v_M + v_M - as}{2} = v_M - \frac{a}{2}s \quad (3)$$

La relation fondamentale (1) garde sa valeur: $s\bar{v} = pu$.

En y remplaçant $\bar{v}$ par sa valeur tirée de (3), il vient:

$$s \left(v_M - \frac{a}{2}s \right) = pu \quad \text{ou:} \quad \frac{a}{2}s^2 - v_M s + pu = 0$$

d'où l'on tire:

$$s = \frac{v_M \pm \sqrt{v_M^2 - 2apu}}{a}$$

En remplaçant a par sa valeur, au dénominateur, il vient:

$$\frac{s}{S} = \frac{v_M \pm \sqrt{v_M^2 - 2apu}}{v_M - v_m} \quad (4)$$

Dans ces deux dernières relations figure le signe $\pm$. Le signe $+$ est à rejeter. En effet, si on l'admettait, le second membre de la relation (4) serait:

$$\frac{v_M \text{ plus une grandeur positive}}{v_M \text{ moins une grandeur positive et inférieure à } v_M}$$

fraction qui est toujours supérieure à l'unité; or, le premier membre de la relation (4) s/S , doit être inférieur (ou tout au plus égal) à l'unité puisque s est une partie de S . L'adoption du signe $+$ n'est donc pas possible et c'est le signe $-$ qu'il faut retenir.

Pour que la relation (4) puisse être admise, il faut encore que deux conditions soient remplies. Les valeurs des variables doivent être telles que l'on ait:

$$1) \quad v_M^2 \geq 2apu$$

2) le second membre de la relation (4) (avec signe $-$) doit être inférieur ou égal à l'unité, c'est-à-dire qu'il faut:

$$\sqrt{v_M^2 - 2apu} \geq v_m$$

Sous ces conditions, on peut finalement écrire:

$$s = \frac{v_M - \sqrt{v_M^2 - 2ap_u}}{a} \quad (5)$$

La relation (5) est la solution du problème de la superficie nécessaire à une population donnée. Elle montre, d'une manière précise et concise, comment la surface occupée, la population qu'elle porte, le produit annuel par tête de cette population, la gamme des potentiels, sont liés entre eux pour former un tout interdépendant. Elle permet de se rendre compte de la manière dont la modification d'un de ces éléments, peut affecter les autres. Sous sa forme (5), elle permet le calcul rapide de la superficie dont a besoin une population donnée pour que chacun obtienne un produit par tête donné, dans une partie d'une région dont on connaît l'étendue et dont on sait que le potentiel varie linéairement entre deux valeurs extrêmes connues. La relation (5) peut s'écrire: $s = f(p, u, v)$.

Supposons, par exemple, que dans une région de 100 km², le potentiel varie linéairement d'un maximum de 100 t/km² à un minimum de 60 t/km²; de là on tire immédiatement la valeur de a :

$$a = \frac{100 - 60}{100} = \frac{4}{10}$$

Dans cette région, on désire installer 3 680 personnes de manière à assurer à chacune d'elles un produit annuel d'une tonne. On se demande quelle superficie il faudra leur réserver (et éventuellement aménager). La réponse est une simple application de la relation (5):

$$s = \frac{100 - \sqrt{10\,000 - 2 \cdot \frac{4}{10} \cdot 3\,680}}{\frac{4}{10}} = 40 \text{ km}^2$$

Il faudra donc réserver les 2/5 de la région. Sur cette partie de région, la densité de la population sera de:

$$\frac{3\,680}{40} = 92 \text{ hab./km}^2.$$

Remarquons que cette densité est supérieure à celle qui se manifesterait si toute la région était occupée, c'est-à-dire supérieure à 80 h/km² (voir première section de ce chapitre III); cette différence est parfaitement compréhensible puisque les zones à haut potentiel sont occupées les premières et que ce sont elles qui sont le plus aptes à porter une forte population tout en lui assurant le produit par tête souhaité.

S'il fallait faire place à 4 500 personnes, il faudrait réserver 50 km², et la densité de population serait de 90 hab./km².

CHAPITRE IV

Potentiel variable (suite)

Au chapitre précédent, l'hypothèse de la région homogène a été abandonnée pour adopter celle du potentiel variable. Cette dernière s'est limitée à la variation linéaire du potentiel. Et déjà, une certaine complication des expressions est apparue. Dans le modèle construit, des variables figuraient au second degré, soit un degré de plus que celui de la relation de variation du potentiel. Cette observation laisse deviner les difficultés auxquelles vont se heurter les tentatives d'aller au-delà du stade atteint jusqu'à présent.

Aller au-delà, c'est envisager les variations non linéaires du potentiel. Si elles sont du second degré, elles conduiront à l'élaboration de modèles où des variables figureront au troisième degré; si elles sont du troisième degré, elles déboucheront sur du quatrième degré; et ainsi de suite. Malgré ces difficultés en perspective, c'est cependant sur cette voie que ce chapitre doit s'engager. Car un des buts de ce travail est d'approcher la réalité d'aussi près que possible. Or, à côté de certains cas où la variation du potentiel dans une région peut être assimilée à une variation linéaire (ou décomposée en plusieurs variations linéaires), le monde réel en offre d'autres où la variation du potentiel est loin de suivre un schéma aussi simple. C'est à ces cas-là que ce chapitre se consacre.

Sur un plan théorique, les problèmes qui se posent peuvent être résolus assez aisément lorsqu'on les envisage d'un point de vue très général: ce sera l'objet d'une première section. Mais les complications de traitement apparaissent dès que l'on aborde l'application pratique du modèle élaboré; les exemples de la deuxième section l'illustreront.

Bien entendu, on continue d'admettre l'hypothèse selon laquelle les zones auxquelles correspondent les plus hauts potentiels, sont les premières à être occupées.

1. LE CAS GÉNÉRAL

Du cas particulier de variation linéaire, on arrive au cas général: le potentiel varie avec la surface d'une manière quelconque; la relation $v = f(s)$ n'est plus linéaire mais bien quelconque. Dans une région déterminée s'observent encore une valeur maximum du potentiel ainsi qu'une valeur minimum. Mais entre ces deux extrêmes, les valeurs intermédiaires du potentiel caractérisent des surfaces qui ne sont plus toutes égales entre elles.

Dans ces conditions, on conçoit immédiatement qu'une première difficulté consiste à déterminer la relation $v = f(s)$, c'est-à-dire d'écrire l'équation qui exprime la manière dont le potentiel varie avec la surface occupée. La technique de l'ajustement facilitera le passage d'une situation réelle à l'équation d'une courbe définie. Ici, on se bornera à considérer la relation $v = f(s)$ sans la préciser davantage: elle gardera son caractère général.

Une seconde difficulté se présente: elle concerne le calcul du potentiel moyen de la surface occupée. Facile à résoudre dans le cas de variation linéaire du potentiel, ce problème reste encore soluble dans le cas général de variation quelconque, pourvu que $v = f(s)$ soit connu. En effet, on sait que la valeur moyenne d'une variable (v) fonction d'une autre variable (s) pour les valeurs de celle-ci comprises entre deux limites, vaut:

$$\bar{v} = \frac{\int_0^{s_i} v \cdot ds}{\int_0^{s_i} ds} \quad (6)$$

pour les valeurs de s comprises entre 0 et s_i .

La relation (6) permet le calcul du potentiel moyen d'une surface occupée quelconque s_i . En fait, il s'agit d'une relation entre le potentiel moyen ($\bar{v}$) et la surface occupée (s) qu'il caractérise; on peut l'écrire: $\bar{v} = g(s)$.

Maintenant qu'il est possible de déterminer le potentiel moyen de la surface occupée, quelle que soit la manière dont le potentiel varie avec cette surface, la principale difficulté est éliminée.

En effet, la relation fondamentale (1) donne: $s\bar{v} = pu$.

En y remplaçant $\bar{v}$ par sa valeur, il vient:

$$s \cdot g(s) = pu \quad (7)$$

La relation (7) est un modèle tout à fait général qui établit comment sont liés entre eux la surface occupée, le potentiel et sa fonction de variation, la population, le produit annuel par tête. Elle permet de connaître la superficie nécessaire à une population donnée quand on spécifie le produit par tête désiré et quand on parvient à déterminer la fonction $g(s)$. Elle permet aussi de dire quelle population peut porter une étendue déterminée quand on indique le produit par habitant souhaité et quand $g(s)$ est connue. Bref, elle permet de résoudre tous les problèmes qui ont été posés.

2. DEUX APPLICATIONS

a) Il est aisé d'imaginer un exemple qui illustre ce qui vient d'être dit dans la première section de ce chapitre. Soit une région de 100 km² d'étendue, où le potentiel varie avec la surface selon une relation du second degré: soit, par exemple

$$v = 80 - \frac{s^2}{400}$$

Les deux valeurs extrêmes entre lesquelles varie le potentiel sont:

$$v_M = 80 \text{ t/km}^2 \text{ (pour } s = 0)$$

$$\text{et } v_m = 55 \text{ t/km}^2 \text{ (pour } s = S = 100).$$

Le potentiel moyen correspondant à une superficie quelconque s , se calcule comme suit:

$$\bar{v} = \frac{\int_0^s \left(80 - \frac{s^2}{400} \right) \cdot ds}{\int_0^s ds} = 80 - \frac{s^2}{1\,200}$$

c'est la relation: $\bar{v} = g(s)$.

En application de la relation (7), il vient:

$$s \left(80 - \frac{s^2}{1\,200} \right) = pu,$$

relation qui permet de résoudre les mêmes problèmes que dans les chapitres précédents.

En effet, si on demande quelle population peuvent porter 20 km² en assurant annuellement une tonne de produits agricoles à chacun, on trouvera:

$$p = 20 \left(80 - \frac{20^2}{1\,200} \right) = 1\,593 \text{ habitants.}$$

On aurait pu chercher à connaître la capacité de la région entière:

$$p = 100 \left(80 - \frac{100^2}{1\,200} \right) = 7\,167 \text{ habitants.}$$

Un autre problème consiste à rechercher la superficie dont une population déterminée aura besoin pour procurer un produit d'une tonne à chacun. Ainsi, les besoins d'une population de 4 620 habitants se montent à:

$$s \left(80 - \frac{s^2}{1\,200} \right) = 4\,620$$

c'est une équation du troisième degré en s qu'il faut résoudre; plutôt que d'avoir recours aux longues méthodes de résolution, on procédera par tâtonnement pour trouver rapidement $s = 60$ km², surface nécessaire aux 4 620 habitants.

Cet exemple n'avait d'autre prétention que d'illustrer par quelques données chiffrées, l'établissement d'une relation d'interdépendance entre superficie, population, potentiel variable et produit annuel par habitant; également de montrer, à partir de là, comment se résolvent des problèmes plus pratiques.

b) La seconde application veut aller plus loin. Elle le fait dans le sens d'une plus grande fidélité au réel. Cette fois, c'est l'expérience qui va fournir le matériau du calcul; c'est le résultat de la recherche sur le terrain qui va déterminer les fonctions à prendre en considération. Les exigences du modèle théorique seront mises à l'épreuve du contact avec la réalité géographique.

La région considérée est une partie du Kasai (Congo) de savane; elle est comprise entre les 6^e et 7^e parallèles sud, et entre les méridiens de Kabuaya et de Gandajika; elle couvre une étendue de 17 500 km². Dans cette région, se pratique une agriculture où deux à quatre années de culture sont suivies d'une jachère de durée variable. Il y a de très bons sols et des terres très pauvres, avec tous les intermédiaires. Partout, le système de culture s'adapte aux conditions pédologiques, afin d'en tirer le maximum de rendement. Cependant, toutes ces adaptations restent inscrites à l'intérieur d'un même grand type d'agriculture: l'agriculture à longues jachères, aux techniques rudimentaires, sans engrais ni fumure, sans plantes fourragères ni prairies; ce sont des modifications dans la rotation des cultures et dans la composition de l'éventail des plantes cultivées, qui distinguent une zone d'une autre. En conséquence, des deux éléments qui déterminent le potentiel (sol et système de culture), c'est surtout le sol qui est responsable des différences de potentiel d'un endroit à l'autre.

La région a fait l'objet d'une prospection pédologique (6) qui décrit et cartographie onze séries de sols. Il est possible de classer ces séries par ordre de valeur agronomique décrois-

(6) Carte des sols et de la végétation du Congo et du Ruanda-Urundi. Livraison 15: Kasai (Bruxelles, INEAC, 1960).

sante. Comme le type de sol est l'élément dominant dans la détermination du potentiel dans la région, cette classification est sans doute voisine d'un classement selon le potentiel. Afin de s'en assurer, l'enquête sur le terrain a permis de rassembler une documentation sur les rotations pratiquées, sur leur regroupement en systèmes de culture, sur les rendements des plantes cultivées. Ces renseignements s'accordent à vérifier l'opinion émise ci-dessus. Malheureusement, les données qui concernent les rendements des cultures, sont généralement plus approximatives que précises. De sorte qu'il faudra se contenter d'ordres de grandeur.

Dans un but de simplification, les onze séries de sols ont été regroupées en cinq classes. Pour chacune de ces cinq classes, on a calculé le potentiel. Puisque les cinq classes se succèdent dans un ordre de fertilité régulièrement décroissante, on pouvait s'attendre à voir les potentiels correspondants s'échelonner régulièrement d'un maximum à un minimum. C'est ce que l'on constate effectivement.

Pour la classe des terres les plus riches, le calcul du potentiel donne pour résultat: $\nu = 80 \text{ t/km}^2$; pour la classe des sols très pauvres, l'imprécision des rendements est plus grande, de sorte que c'est à un résultat approximatif que l'on aboutit: $\nu = 40 \text{ t/km}^2$ environ. Bien entendu, une certaine variété de potentiel existe au sein de chaque classe. C'est ainsi que le potentiel correspondant aux meilleurs sols de la région est un peu supérieur à 80 t/km^2 ; celui des sols les plus pauvres est inférieur à 40 t/km^2 . C'est ainsi, aussi, que le passage d'un potentiel à l'autre est progressif, et non pas tranché de classe en classe: il y a continuité plutôt que discontinuité.

Les potentiels étant maintenant connus et distribués en cinq classes (qui sont les classes de sols), il convient d'analyser leur répartition dans l'espace. En d'autres termes, il s'agit de savoir comment le potentiel varie avec la surface, c'est-à-dire de déterminer la relation $\nu = f(s)$. La mesure des superficies occupées par chacune des classes (numérotées de 1 à 5) figure ci-dessous:

Classe	Superficie en km ²
1	700
2	840
3	1 700
4	4 360
5	9 900
Total	17 500

Une fois encore, la discontinuité exprimée par ce tableau est plus apparente que réelle, car des intermédiaires ménagent partout les transitions.

Cette distribution des potentiels peut se représenter graphiquement. Les potentiels figureront en ordonnée et les superficies occupées en abscisse. Puisque les zones à fort potentiel sont occupées les premières, aux potentiels élevés correspondront des superficies occupées faibles. La *figure 2* représente, en traits interrompus, la courbe de distribution tracée selon les données du tableau ci-dessus: c'est la courbe expérimentale.

L'allure de cette courbe fait penser à une conique. Et en effet, quelques essais et quelques itérations suffisent à établir l'équation d'une courbe du second degré qui se superpose à la courbe expérimentale avec une approximation suffisante: voir *figure 2*; c'est l'équation suivante (branche de parabole):

$$v = 88 + \frac{s}{700} - \frac{3}{5} \sqrt{s}.$$

Ayant ainsi déterminé la relation qui lie le potentiel à la superficie, dans le cas concret qui nous occupe, il est aisé de calculer le potentiel moyen de la région, en fonction de cette même superficie:

$$\bar{v} = \frac{\int_0^s \left(88 + \frac{s}{700} - \frac{3}{5} \sqrt{s} \right) ds}{\int_0^s ds} = 88 + \frac{s}{1400} - \frac{2}{5} \sqrt{s}$$

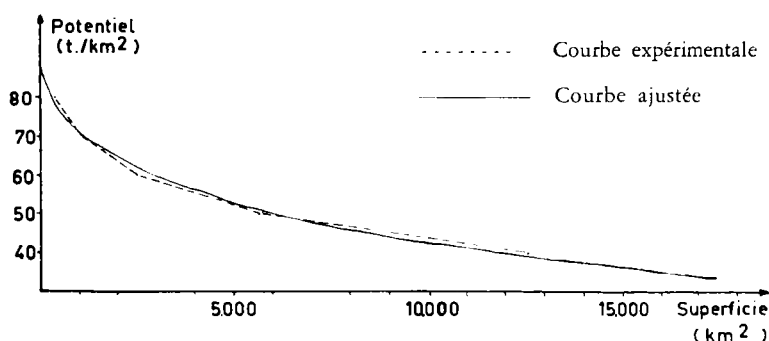


FIG. 2. — Courbe de distribution des potentiels.

En remplaçant $\bar{v}$ par sa valeur dans la relation (1) $s\bar{v} = pu$, il vient:

$$s \left(88 + \frac{s}{1400} - \frac{2}{5} \sqrt{s} \right) = pu$$

C'est la forme que prend la relation (7) dans cette partie du Kasai. Compte tenu du potentiel régional et de son mode de variation dans l'espace, cette relation permet de trouver un des trois éléments s , p ou u , quand on connaît les deux autres.

Ainsi, la population que peut porter une superficie de 10 000 km² en assurant à chacun un produit annuel d'une tonne, se monte à:

$$p = 10\,000 \left(88 + \frac{10\,000}{1\,400} - \frac{2}{5} 100 \right) = 550\,000 \text{ habitants};$$

la densité moyenne de cette population sera de 55 hab./km².

Quant à l'ensemble de la région (17 500 km²), sa capacité est de:

$$p = 17\,500 \left(88 + \frac{17\,500}{1\,400} - \frac{2}{5} \sqrt{17\,500} \right) = 833\,000 \text{ habitants},$$

soit une densité de 47,6 habitants au km².

Si on cherche la superficie nécessaire à une population donnée, le calcul est plus difficile à cause de la présence d'une racine carrée de s ; en l'élevant au carré pour l'éliminer, il vient

une équation du quatrième degré en s ; pour la résoudre, on utilisera de préférence l'itération. Si $u = 1$ tonne, et si $p = 427\,400$ personnes, par exemple, on trouve, après quelques tâtonnements, que les besoins de cette population se montent à: $s = 7\,225$ km²; sa densité sera de 59 hab./km².

L'application qui vient d'être faite des considérations générales émises dans la première section de ce chapitre, s'est bornée à considérer un cas où la relation $v = f(s)$ était du second degré. Si cette relation devait être d'un degré supérieur, la principale difficulté consisterait à en déterminer les paramètres pour qu'elle représente au mieux les observations faites sur le terrain. Mais une fois déterminée, elle est aisément transformée en une relation qui définit avec précision les relations entre la population, la superficie qu'elle occupe, et le produit annuel par tête.

Que le potentiel varie avec la surface d'une manière linéaire ou non, il est donc possible de résoudre les problèmes des relations population-superficie, sur le plan théorique comme sur le plan pratique.

CHAPITRE V

Variations unitaires de population, de production, de potentiel

Dans les chapitres précédents, des modèles simples ont été enrichis progressivement de manière à se rapprocher davantage des réalités exprimées. Cette marche vers moins d'imperfection, vers une adaptation plus souple à l'immense complexité des rapports étudiés par les géographes, sera reprise plus loin. Auparavant, il convient de s'arrêter quelques instants à la relation population-surface telle qu'elle a été établie. Diverses conclusions en ont déjà été tirées, mais d'autres enseignements peuvent encore en être déduits.

L'observation suivante a déjà été faite: chaque habitant supplémentaire qui vient s'ajouter à une population donnée, a besoin d'une superficie plus grande que son prédécesseur pour s'assurer le même produit annuel. Dès lors, une question vient à l'esprit: peut-on connaître l'étendue exacte dont une personne supplémentaire a besoin ?

De la même manière, on peut se demander quelle sera l'incidence, sur les besoins en superficie, d'une augmentation unitaire du produit par tête désiré.

Enfin, on peut s'interroger sur la diminution de la surface nécessaire à une population, lorsque survient un accroissement unitaire du potentiel, consécutif à un progrès technique (plantes sélectionnées, emploi d'engrais...).

Ce chapitre se propose de répondre à ces trois questions.

1. LE CAS GÉNÉRAL

Les discussions précédentes ont conduit à un modèle général; c'est celui qu'exprime la relation (7): $s \cdot g(s) = pu$, où $g(s) = \bar{v}$. Dans cette relation, $g(s)$ exprime la façon dont le potentiel moyen varie avec l'occupation de la superficie. Mais le potentiel ne varie pas seulement avec la surface occupée, c'est-à-dire selon la répartition géographique des combinaisons sol-système de culture (en pratique, pour les petites régions, principalement avec le type de sol). Il varie également avec les modifications apportées au système de culture, non par la simple adaptation des mêmes techniques aux conditions de sol, mais par le progrès technique qui hausse l'agriculture d'un palier sur l'échelle des productivités croissantes. En un même endroit, le progrès technique engendre un produit annuel supérieur.

Par conséquent, le potentiel ne doit absolument pas être considéré comme une grandeur prise à un moment donné et variable seulement dans l'espace, avec le type de sol principalement. Le potentiel est également variable dans le temps, à mesure que le progrès technique modifie le niveau de productivité du système de culture. Donc, le potentiel moyen ($\bar{v}$) est non seulement fonction de la superficie occupée (s) mais encore de la grandeur v variable dans le temps; on écrira donc:

$$\bar{v} = g(s, v).$$

Alors, la relation (7) devient:

$$s \cdot g(s, v) = pu \quad (8)$$

La relation (8) peut être mise sous la forme: $s = f(p, u, v)$. Dans les chapitres précédents, cette influence du potentiel variable dans le temps, se manifestait implicitement par les coefficients de l'expression $g(s)$.

Une fois connus la forme et les paramètres de la fonction $s = f(p, u, v)$, la réponse aux trois questions posées dans l'introduction de ce chapitre, est presque trouvée. En effet, pour connaître la superficie qui sera nécessaire à un habitant supplémentaire (quelle que soit l'importance de la population), il

suffit de calculer la dérivée partielle de la fonction par rapport à la population, soit $\delta s/\delta p$; ceci à la condition que la population soit mesurée en unités suffisamment petites, ce qui est le cas.

De même, l'étendue nécessaire pour permettre la satisfaction d'un accroissement unitaire (unités très petites) du produit par tête souhaité, sera donnée par l'expression: $\delta s/\delta u$.

Enfin, le calcul de $\delta s/\delta v$ fera connaître la surface nécessaire pour supporter un accroissement unitaire de potentiel consécutif à un progrès technique; cette surface sera évidemment négative.

Il reste à voir comment s'applique ce cas général.

2. VARIATION LINÉAIRE DU POTENTIEL

Pour la commodité de l'exposé, il est bon de distinguer deux cas: celui où le potentiel varie linéairement avec la surface, celui où cette variation n'est pas linéaire.

Lorsque la fonction $v = f(s)$ est linéaire, la relation de base à prendre en considération est la relation (5). Elle peut s'écrire sous la forme suivante qui constituera le point de départ de cette section:

$$s = \frac{v_M}{a} - \frac{1}{a} \sqrt{v_M^2 - 2apu} \quad (9)$$

a) *Variation unitaire de la population*

L'étendue nécessaire à un habitant supplémentaire est donnée par la dérivation partielle de la relation (9):

$$\frac{\delta s}{\delta p} = \frac{u}{\sqrt{v_M^2 - 2apu}} \quad \text{où il faut: } \sqrt{v_M^2 - 2apu} \geq v_m.$$

A titre d'exemple, accordons aux variables les mêmes valeurs qu'à la fin du chapitre III: $u = 1$ t, $v_M = 100$ t/km², $a = 4/10$; alors:

$$\frac{\delta_s}{\delta p} = \frac{1}{\sqrt{10\,000 - \frac{4}{5}p}}$$

Lorsque la population est de 4 500 âmes, un habitant supplémentaire demande:

$$\frac{\delta_s}{\delta p} = \frac{1}{80} \text{ km}^2 \text{ soit } 1,25 \text{ hectares.}$$

Notons qu'un accroissement de population de 1/4 500 provoque une augmentation de surface nécessaire de 1,25/5 000 soit 1/4 000, ce qui est plus que 1/4 500; cette constatation n'a rien d'étonnant puisque l'on s'adresse à des terres de moins en moins bonnes.

b) *Variation unitaire du produit annuel par tête*

L'augmentation du produit annuel par tête peut être désirée par une population donnée. Dès lors se pose la question de savoir quelle étendue supplémentaire exigera pareille augmentation pour pouvoir être produite. Une autre dérivation partielle donne la réponse:

$$\frac{\delta_s}{\delta u} = \frac{p}{\sqrt{v_M^2 - 2ap_u}}$$

à condition que u soit mesuré en unités petites. Afin de respecter cette condition, adoptons comme unité la dizaine de kg au lieu de la tonne; soit, par exemple, $u = 100$ diz. kg, $v_M = 10\,000$ diz./km², $a = 40$, et $p = 4\,500$ personnes; alors, la superficie requise pour assurer à chacun 10 kg supplémentaires de produit annuel, est de:

$$\frac{\delta_s}{\delta u} = \frac{4\,500}{\sqrt{10^6 - 36 \cdot 10^6}} = 0,5\,625 \text{ km}^2 \text{ soit } 56,25 \text{ hectares.}$$

c) *Variation unitaire du potentiel*

La modification d'étendue nécessaire, consécutive à un progrès technique, se calcule également par dérivation partielle.

Mais comment dériver par rapport au potentiel (v) lorsque celui-ci ne figure dans la relation (9) que sous la forme de ses valeurs extrêmes $\left(v_M \text{ et } a = \frac{v_M - v_m}{S} \right)$? Cela dépendra de la relation qui lie les variations de v_M à celles de v_m . Elles peuvent être nombreuses. Les deux plus attendues sont examinées ici.

1) Le progrès technique peut se réaliser de telle manière qu'il provoque une même augmentation en *valeur absolue* de v_M et de v_m comme de toute autre valeur de v . Dans ce cas, $v_M - v_m$ sera toujours constant, quels que soient les progrès techniques réalisés. Dès lors, a est une constante également et la relation (9) ne contient plus qu'une variable liée à v : c'est v_M . Dans ces conditions, si le progrès technique imprime un accroissement unitaire au potentiel, la modification de surface nécessaire qui s'en suivra, sera:

$$\frac{\delta S}{\delta v_M} = \frac{1}{a} \left(1 - \frac{v_M}{\sqrt{v_M^2 - 2apn}} \right)$$

Toutes les variables étant positives, on a:

$$\frac{v_M}{\sqrt{v_M^2 - 2apn}} > 1$$

et par conséquent la dérivée partielle $\delta S / \delta v_M$ est négative; c'est-à-dire que les besoins en étendue diminuent lorsque le potentiel augmente, ce qui est évident. Cette diminution de superficie, pour $n = 1$ t, $v_M = 100$ t/km², $a = 2/5$, $p = 4\,500$ hab., est de:

$$\begin{aligned} \frac{\delta S}{\delta v_M} &= \frac{5}{2} \left(1 - \frac{100}{\sqrt{10^4 - \frac{4}{5} \cdot 4\,500}} \right) \\ &= -\frac{5}{8} \text{ km}^2 \text{ ou } -62,5 \text{ hectares.} \end{aligned}$$

2) Le progrès technique peut se manifester autrement: engendrer une même augmentation *relative* de v_M et de v_m comme de toute autre valeur de v ; autrement dit, les diverses valeurs de v sont affectées dans la même proportion. Dès lors, a varie

également dans cette proportion. On peut alors poser: $v_m = \alpha v_M$ (où α est un coefficient constant); alors, $v_M - v_m = v_M(1 - \alpha)$ et on écrira:

$$a = \frac{v_M - v_m}{S} = \frac{1 - \alpha}{S} v_M = \beta v_M, \text{ ayant posé: } \beta = \frac{1 - \alpha}{S}$$

Dans la relation (9), remplaçons a par sa valeur; il vient:

$$s = \frac{1}{\beta} - \frac{1}{\beta} \sqrt{1 - 2\beta \frac{pu}{v_M}}$$

d'où

$$\frac{\delta s}{\delta v_M} = - \frac{\frac{pu}{v_M^2}}{\sqrt{1 - 2\beta \frac{pu}{v_M}}}$$

En reprenant, pour les variables, les mêmes valeurs numériques que précédemment, on trouverait que la diminution de superficie consécutive à une augmentation unitaire du potentiel, se monte à 56,25 hectares.

Dans les deux derniers exemples, une augmentation de potentiel de 1 % provoque une baisse de superficie de plus de 1 %. C'était à prévoir puisqu'elle permet une concentration sur de meilleures terres. Mais l'apport de la technique de dérivation partielle, est de permettre la *mesure* de ces variations de surface.

3. VARIATION NON LINÉAIRE DU POTENTIEL

Lorsque le potentiel varie d'une manière non linéaire avec la surface, l'application du cas général voit surgir la complication des résolutions. Bien entendu, le principe de la dérivation partielle reste celui qui doit s'appliquer. Mais cette dérivation exige que la relation (8) soit transcrite sous la forme $s = f(p, u, v)$, c'est-à-dire que la superficie s soit isolée dans un membre de l'égalité. Cette transcription demande le plus souvent des développements compliqués dès que $v = f(s)$ n'est plus du premier degré. Ces développements semblent être hors de proportion avec les résultats attendus d'une dérivation par-

tielle. L'exemple ci-dessous va le montrer, tout en indiquant la marche à suivre pour mener à bien cette entreprise.

Reprenons le premier exemple de la deuxième section du chapitre IV. Dans une région couvrant 100 km^2 , où $v_M = 80 \text{ t/km}^2$ et $v_m = 55 \text{ t/km}^2$, on observe que le potentiel varie comme suit avec la surface:

$$v = 80 - \frac{s^2}{400}.$$

Les coefficients de cette fonction ne sont pas quelconques. En fait, ils sont déterminés par les valeurs extrêmes du potentiel et par la superficie de la région; dans une autre région, ils seraient autres. Or, il est indispensable de faire apparaître ces valeurs de potentiel à travers les coefficients, de montrer la part prise par ces valeurs dans l'expression numérique des paramètres. En effet, ce n'est qu'ainsi que l'influence de ces valeurs sur la fonction de variation du potentiel moyen, sera visible; ce n'est qu'ainsi qu'elles pourront apparaître dans la relation (8): $s \cdot g(s) = pu$. Le potentiel v ne figurera dans la relation $s = f(p, u, v)$ que grâce au fait qu'il aura été explicité, au lieu d'être resté implicitement inclus dans les coefficients de la relation de départ:

$$v = 80 - \frac{s^2}{400}$$

Cette dernière équation est du type: $As^2 + v + F = 0$, où A et F sont des coefficients à déterminer en fonction de v_M et de v_m ; elle représente une parabole. Cette courbe doit satisfaire à deux conditions: au potentiel maximum doit correspondre une surface occupée nulle, au potentiel minimum doit correspondre une surface occupée S . La courbe doit donc passer par les deux points $(0, v_M)$ et (S, v_m) , ce qui s'exprime comme suit:

$$v_M + F = 0$$

$$AS^2 + v_m + F = 0$$

d'où l'on tire:

$$F = -v_M, \quad \text{et} \quad A = \frac{v_M - v_m}{S^2}$$

posant $v_M - v_m = e$ (écart), on peut écrire:

$$A = \frac{e}{S^2}$$

L'équation de la courbe devient:

$$\frac{e}{S^2} s^2 + v - v_M = 0$$

ou:

$$v = v_M - \frac{e}{S^2} s^2$$

où v_M et v_m se trouvent bien explicités.

On peut donc passer au calcul du potentiel moyen:

$$\bar{v} = \frac{\int_0^s v ds}{\int_0^s ds} = v_M - \frac{e}{3S^2} s^2$$

Sachant que $s\bar{v} = pu$ (relation (1)), il vient:

$$s \left(v_M - \frac{e}{3S^2} s^2 \right) = pu$$

ou:

$$s^3 - \frac{3S^2 v_M}{e} s + \frac{3S^2}{e} pu = 0$$

Reste à isoler s dans cette équation du troisième degré. Des expressions existent qui permettent de trouver les racines de pareille équation. Par conséquent, il est possible d'isoler s et d'aboutir à la forme $s = f(p, u, v)$ que l'on peut alors dériver. Ces expressions sont cependant difficilement maniables. C'est pourquoi il a semblé inutile d'alourdir cet exposé en les développant.

CHAPITRE VI

Travail, population et superficie

Jusqu'à présent, le facteur travail a été étranger à l'élaboration des modèles présentés. On a parlé du produit annuel par habitant, qui serait récolté en accordant une certaine superficie à chacun. Mais on ne s'est pas préoccupé de savoir si ce produit par tête pourrait réellement être obtenu, ni si la surface octroyée pourrait effectivement être exploitée dans sa totalité, compte tenu du fait que ces opérations exigent du travail.

Or, le rôle du travail est celui d'un facteur limitant: la quantité de travail que chacun peut fournir est limitée à un certain plafond. Il n'est pas possible à une population donnée d'obtenir n'importe quelle production, en se voyant accorder n'importe quelle étendue. Que signifie le fait d'accorder 10 hectares à une personne et de considérer qu'elle en retirera 6 tonnes de produits agricoles, si cet homme ne peut physiquement pas fournir la quantité de travail nécessaire à la mise en valeur de ces 10 hectares selon le système de culture en vigueur ?

Les considérations émises dans les chapitres précédents, gardent toute leur valeur pourvu que le produit par tête (μ) soit implicitement considéré comme inférieur ou égal à ce que peut obtenir celui qui utilise toute sa force de travail à travers un système de culture déterminé. Les exemples numériques choisis précédemment, ont d'ailleurs toujours accordé au produit par tête des valeurs qu'il est tout à fait possible d'atteindre en fournissant une quantité moyenne de travail.

Mais ceci ne dispense pas de l'examen du facteur travail. Le moment est venu d'enrichir encore les modèles géographiques en les rapprochant davantage de la réalité, par l'intégration du travail. Par la limite qu'il impose à l'étendue exploitable dans

le cadre d'un type d'agriculture défini, le travail exerce une influence directe sur le problème géographique des relations population-superficie. Il est un des facteurs déterminants de l'intensité d'occupation d'un espace.

1. INTÉGRATION DU TRAVAIL

La quantité maximum de travail agricole que peut annuellement fournir chaque habitant d'une région, est limitée: soit K cette quantité. Elle sera exprimée en nombre de jours, ou, pour la commodité des écritures dans ce qui va suivre, en centaines de jours; on aura, par exemple, $K = 1$ ou $K = 1,5$. Si ces chiffres peuvent paraître faibles, c'est qu'ils constituent une moyenne pour toute une population qui compte aussi bien des enfants que des adultes.

Cette quantité de travail ne représente pas nécessairement le total des jours dont dispose chacun pour consacrer à l'agriculture. En effet, l'année agricole comporte des époques de pointe où tout le temps des exploitants est pris chaque jour. En fait, ce sont ces « goulots d'étranglement » du calendrier agricole, qui limitent la superficie exploitable par une personne. Ainsi limitée, l'étendue de l'exploitation est insuffisante pour assurer le plein-emploi en d'autres saisons. Voilà pourquoi la quantité de travail maximum vouée à l'agriculture, ne peut correspondre au nombre total de jours du calendrier civil. La grandeur K définie ci-dessus, est donc un maximum qui tient compte des « goulots d'étranglement ». Elle est alors susceptible de croître par élimination de ces « goulots » (suite à la mécanisation par exemple). Les 365 jours de l'année constituent cependant une limite à cette croissance.

En un lieu déterminé (potentiel connu), appelons σ la superficie maximum qu'une personne peut mettre en valeur compte tenu des limitations imposées par le travail. Chaque année, la partie cultivée de cette surface procurera un produit u . On a évidemment la relation:

$$u = \sigma v \quad (10)$$

D'autre part, une rotation (ou un ensemble de rotations) entamée chaque année sur une unité de surface, exige annuellement une certaine quantité de travail qui sera désignée par Q ; notons que Q est aussi bien cette quantité annuelle de travail que la quantité de travail requise par la totalité de la rotation (ou du groupe de rotations) pratiquée sur une étendue unitaire. Compte tenu de la nécessité d'une jachère, la quantité de travail Q s'applique à l'exploitation de $c + j$ unités de surface. Par conséquent, le travail fourni par unité de surface est égal au quotient du travail effectivement presté pendant un an (Q) par la durée du cycle cultural ($c + j$); soit q cette quantité de travail exigée par unité de surface: $q = Q/c + j$; convenons de l'exprimer en centaines de jours.

Une personne disposée à fournir K centaines de jours de travail, aura besoin d'une étendue de: $\sigma = K/q$. Dans la mesure où le système de culture varie dans l'espace, q variera d'un endroit à l'autre. Par conséquent la superficie σ variera, elle aussi, selon les lieux. La relation (10) montre que u dépend du potentiel v et de la superficie σ ; or ces derniers varient dans l'espace, donc u fait de même pour une double raison. Lorsque le travail fourni par chacun est constant en tous points d'une région où le potentiel varie, le produit annuel par tête varie dans l'espace.

Rapidement quelques exemples pour relier les définitions données ci-dessus, à leur substrat concret. L'enquête sur le terrain, au Kasai, a fourni une documentation sur la quantité de travail exigée par les systèmes de culture; les renseignements ne doivent être considérés que comme des ordres de grandeurs. Sur les excellents sols de la région de Gandajika, par exemple, le système de culture exige environ 320 jours à l'hectare (soit 320 centaines de jours au km^2): $Q = 320$. La durée du cycle cultural pouvant être évaluée à 7 ans, on a: $q = 320/7 = 45$ cent. j./ km^2 environ. Si l'on estime que $K = 1$, les besoins de terres d'un habitant seront de: $\sigma = K/q = 1/45 = 0,022 \text{ km}^2$ soit 2,2 ha. Sur les sols les plus pauvres du Kasai, on peut estimer que $Q = 225$ cent. j./ km^2 , et que le cycle cultural dure 9 ans. Alors, $q = 225/9 = 25$ j/ha et $\sigma = 1/25 = 0,04 \text{ km}^2$ soit 4 hectares.

2. TRAVAIL ET PRODUIT CONSTANT

Dans une région où le potentiel varie, à un travail par tête constant dans l'espace, correspond un produit par tête variable dans ce même espace, on vient de le voir. Il est clair que l'inverse est vrai également: un produit par habitant partout pareil, correspond à un travail presté variable selon les lieux.

Or, dans tout ce qui précède ce sixième chapitre, on n'a jamais considéré qu'une seule valeur de u pour toute la région. C'était opter d'office pour la constance, dans l'espace, du produit annuel par tête. Cette attitude se comprend aisément lorsqu'il s'agit d'une région homogène quant à son potentiel: il n'y a pas, alors, de problèmes de différenciations spatiales.

Mais s'il s'agit d'une région non homogène (cas le plus fréquent), cette attitude sous-entend que la quantité de travail fournie par chacun n'est pas la même partout, et que ce sont ses variations qui permettent au produit par habitant de rester constant en tous lieux. C'est là un objectif qui peut être fixé: assurer à chacun un même produit annuel, quitte à ce que la quantité de travail fourni pour l'obtenir ne soit pas la même pour tous. Mais dans ce cas, il est une valeur maximum que le produit par tête ne peut dépasser: celle qui est obtenue par l'homme qui utilise au maximum sa force de travail (K) dans la zone où la quantité de travail requise pour l'obtention d'une unité de production est la plus élevée, c'est-à-dire dans la zone la plus pauvre où la productivité du travail est la plus faible.

Cet objectif, s'il était voulu et atteint, verrait les gens des terres les plus pauvres travailler le plus. Les gens des sols les plus riches, limiteraient leurs prestations jusqu'à n'obtenir qu'un produit égal à celui que récoltent les habitants des zones à faible potentiel. Pareil objectif limite volontairement le produit annuel par personne à un plafond inférieur à ce que beaucoup de cultivateurs pourraient produire s'ils utilisaient toute leur force de travail. Il consacre le maintien d'un certain potentiel de travail inemployé.

Mais en revanche, la limitation du produit annuel par tête, permet à une région de porter un plus grand nombre d'habi-

tants. En effet, limiter le produit annuel sur les terres autres que les plus pauvres, c'est y limiter l'étendue exploitée. Par conséquent, c'est permettre à une population supplémentaire d'utiliser ces surfaces qui, autrement, auraient été consacrées à relever le revenu de ceux qui les occupent. Ainsi, par exemple, l'adoption d'un même produit par tête pour l'ensemble d'une région, pourrait caractériser la politique d'un espace en voie de surpeuplement, menacé de dégradation des sols par excès de population.

En résumé, le fait de fixer un produit annuel constant pour tous les habitants d'une région, a pour conséquences:

- 1) de maintenir ou d'engendrer un sous-emploi de main-d'œuvre agricole;
- 2) de permettre à la région d'accueillir un plus grand nombre d'habitants;
- 3) de toutes manières, le produit annuel fixé ne peut être supérieur à celui que peut obtenir l'homme qui utilise toute sa capacité de travail sur les terres les plus pauvres. Au-delà, tout accroissement du produit par tête ne peut procéder que du progrès technique se traduisant par la hausse de la productivité du travail.

CHAPITRE VII

Travail et produit variable

L'hypothèse du produit annuel par tête constant dans l'espace, peut s'admettre dans une région homogène quant au potentiel. Elle peut également être accréditée, dans une certaine mesure, dans une économie de pure subsistance. Mais elle devient de moins en moins conforme à la réalité à mesure que s'accroît l'hétérogénéité quant au potentiel, et à mesure que l'on s'éloigne du stade de l'économie de subsistance.

L'image actuelle du monde africain, est bien plutôt celle d'une variété de revenu selon les lieux. Si l'observation se limite à d'assez faibles étendues, elle conduit souvent à constater une certaine constance, dans l'espace, de la quantité de travail fournie par chacun. Appliquée aux bonnes terres, cette quantité de travail entraîne alors une hausse sensible du produit par tête par rapport à celui des gens des zones moins favorisées.

Sur le plan des politiques à suivre, l'égalisation de la quantité de travail fournie par chacun, peut être choisie comme objectif en lieu et place de l'égalisation du revenu par tête. Ce nouvel objectif peut être fixé au niveau suivant: utilisation, par chacun, de sa capacité maximum de travail dans le cadre du système de culture considéré. Il aura pour conséquence que le produit moyen par tête sera maximum. C'est l'objectif qui assurera, à la population, le meilleur revenu à partir d'un type d'agriculture déterminé dans une région donnée. Il est donc économiquement le meilleur.

D'autre part, il supprime le sous-emploi de la force de travail de la population. Mais ses exigences en fait de superficie sont plus grandes. Il réduit la capacité d'une étendue donnée

à accueillir une population nombreuse. Son application sera difficile là où se posent des problèmes de surpopulation. Ailleurs cependant, les raisons énumérées ci-dessus conduisent à recommander son adoption.

Dans ce chapitre, on supposera donc que chacun a la possibilité de jouir d'assez de superficie pour pouvoir utiliser au maximum la force de travail qu'il peut fournir dans le cadre d'un type d'agriculture donné (K). Peu importe que cette possibilité corresponde à une situation observée, ou qu'elle constitue un objectif que s'assigne une politique, ou encore que l'on se place sur un plan purement théorique. Dans tous les cas, la réponse à deux questions devra être trouvée; ce sont des problèmes du même type que ceux qui se sont déjà posés précédemment:

1) L'un concerne la surface dont une population donnée a besoin pour pouvoir utiliser toute sa force de travail absorbable par le système de culture;

2) L'autre concerne la population que peut porter une superficie donnée, moyennant le plein-emploi de chacun.

1. LE CAS GÉNÉRAL

On sait que la superficie mise en valeur par une personne désireuse d'utiliser toute sa force de travail (K), est:

$$\sigma = \frac{K}{q}$$

où q est la quantité de travail exigée, par unité de surface, par un système de culture donné, pratiqué sur un type de sol donné.

Dans le cas simple d'une région homogène quant à son potentiel, la superficie s mise en valeur par une population p , sera:

$$s = \frac{pK}{q}.$$

Mais lorsque le potentiel varie d'un endroit à l'autre, la quantité de travail q varie également selon les lieux. Aussi sera-ce la quantité *moyenne* de travail, $\bar{q}$, qu'il faudra prendre en considération. L'étendue exploitée par une population p sera donnée par la relation:

$$s = \frac{pK}{\bar{q}} \quad (11)$$

Reste à déterminer $\bar{q}$, quantité moyenne de travail requise par unité de surface, dans une région.

L'observation des faits conduit à penser que la quantité de travail requise par unité de surface (q), varie avec le potentiel d'une manière linéaire. Un endroit caractérisé par un potentiel élevé est aussi remarquable par la quantité de labeur qu'il exige par unité de surface. En effet, les rotations pratiquées y sont un peu plus longues et réclament, de ce fait, plus de prestations de la part du cultivateur; la durée de la jachère est nettement plus courte, réduisant d'autant la durée du cycle cultural: $q = Q/c + j$ s'en trouve accru; les rendements étant meilleurs, la récolte est plus abondante et exige donc plus de main-d'œuvre; généralement, l'entretien requiert plus de travail. Toutes ces observations se font dans le sens d'une diminution des prestations, lorsqu'on envisage les zones à potentiel faible. C'est pourquoi, on peut estimer que la quantité de travail q varie linéairement avec le potentiel v ; d'une manière générale, on a: $q = Cv + D$ où C et D sont des coefficients à déterminer; ils le seront si on connaît deux valeurs de q (q_1 et q_2) correspondant à deux valeurs de v (v_1 et v_2); alors on aura:

$$\frac{q - q_1}{q_2 - q_1} = \frac{v - v_1}{v_2 - v_1}.$$

Or, on sait (depuis le chapitre III) que le potentiel varie avec la surface occupée comptée en commençant par les terres au plus haut potentiel, soit $v = f(s)$. Puisque c'est avec ce même potentiel que varie la quantité de travail q , on comprend qu'elle aussi sera fonction de la surface; puisque $v = f(s)$, on a: $q = C \cdot f(s) + D$ que nous écrirons $q = f_1(s)$.

Alors, la quantité moyenne de travail requis par unité de surface s'obtient aisément:

$$\bar{q} = \frac{\int_0^s q ds}{\int_0^s ds} \quad \text{que nous écrirons: } \bar{q} = f_2(s).$$

Reprenant la relation (11), il vient:

$$s = \frac{pK}{\bar{q}} = \frac{pK}{f_2(s)} \quad (12)$$

que l'on peut écrire sous la forme: $s = f(p, K, v)$.

La relation (12) montre comment la surface occupée (ou requise) par une population, est liée à cette population, à la quantité maximum de travail que peut consacrer un habitant à un système de culture donné, à la quantité moyenne de travail requis par unité de surface telle qu'elle varie en relation avec le potentiel. Elle permet de mesurer un de ces éléments lorsqu'on connaît les autres. Elle permet de mesurer les conséquences des variations qui peuvent affecter ces éléments. Bref, elle exprime des interdépendances précises, dans le domaine géographique des relations des hommes avec l'espace où ils vivent.

2. QUELQUES APPLICATIONS

Le dernier paragraphe de la première section du chapitre précédent, donnait quelques exemples du calcul de la quantité de travail requise par unité de surface. Sur les meilleures terres du Kasai de savane, on pouvait estimer que $q = 45 \text{ cent.j/km}^2$; le potentiel correspondant à ces zones est de 80 t/km^2 . En terres très pauvres, q est évalué à 25 cent.j/km^2 ; le potentiel y est de 40 t/km^2 .

En voilà assez pour connaître la relation linéaire liant q et v . C'est l'équation de la droite passant par les deux points (40,25) et (80,45):

$$\frac{q-25}{45-25} = \frac{v-40}{80-40} \quad \text{d'où: } q = \frac{1}{2}v + 5 \quad (13)$$

Il convient maintenant de remplacer le potentiel par son expression $v = f(s)$. La clarté de l'exposé exige que deux cas soient distingués: celui où $f(s)$ est linéaire, celui où elle ne l'est pas.

a) *Variation linéaire du potentiel*

Lorsque $v = f(s)$ est linéaire, la relation (2) rappelle que:

$$v = v_M - as \left(\text{ où } a = \frac{v_M - v_m}{S} \right)$$

Remplaçant v par cette valeur dans la relation (13), il vient:

$$q = \frac{1}{2} (v_M - as) + 5, \quad \text{ou: } q = -\frac{a}{2}s + \frac{v_M}{2} + 5$$

qui exprime, pour une région donnée (caractérisée par v_M , v_m et S), la manière dont la quantité de travail requis par unité de surface, varie dans l'espace. Cette quantité de travail est maximum là où le potentiel est le plus haut, c'est-à-dire lorsque $s = 0$; par conséquent, on a:

$$q_M = \frac{v_M}{2} + 5.$$

La quantité moyenne de travail exigé par unité de surface, est aisée à déterminer. Car $q = f_1(s)$ étant linéaire, la moyenne sera la demi-somme des deux extrêmes que sont: q_M , et q correspondant à une surface occupée quelconque.

$$\text{Ainsi: } \bar{q} = \frac{q_M + q}{2} = -\frac{a}{4}s + \frac{v_M}{2} + 5$$

Remplaçant $\bar{q}$ par sa valeur, dans la relation (11), il vient:

$$s = \frac{pK}{-\frac{a}{4}s + \frac{v_M}{2} + 5}, \quad \text{ou: } \frac{a}{4}s^2 - \left(\frac{v_M}{2} + 5 \right) s + pK = 0$$

d'où (7):

(7) Le choix du signe — est fait suite à une discussion analogue à celle du paragraphe b) de la deuxième section du chapitre III.

$$s = \frac{\frac{v_M}{2} + 5 - \sqrt{\left(\frac{v_M}{2} + 5\right)^2 - apK}}{\frac{a}{2}}$$

Ces deux dernières relations vont nous permettre de résoudre les deux problèmes posés plus haut.

1) Supposons que l'on ait: $K = 3/4$ cent.j., et que la région considérée ($S = 100 \text{ km}^2$) soit caractérisée par les deux valeurs extrêmes de potentiel $v_M = 100 \text{ t/km}^2$ et $v_m = 60 \text{ t/km}^2$; d'où: $a = 2/5$. On demande quelle population la région pourra contenir dans ces conditions. On a:

$$\frac{1}{10} \cdot 10^4 - 55 \cdot 100 + \frac{3}{4} p = 0,$$

d'où $p = 6\,000$ habitants dont la densité sera de 60 hab./km^2 .

2) Avec les mêmes données, on peut se demander quelle est la superficie dont a besoin une population déterminée (par exemple 3 920 personnes), pour pouvoir utiliser toute la capacité de travail. On a alors:

$$s = \frac{55 - \sqrt{3\,025 - 1\,176}}{\frac{1}{5}} = 60 \text{ km}^2.$$

b) *Variation non linéaire du potentiel*

Un seul exemple sera traité ici: celui du Kasai. On se rappelle que, dans cette région, le potentiel varie avec la surface comme suit:

$$v = 88 + \frac{s}{700} - \frac{3}{5} \sqrt{s}.$$

C'est le cas du Kasai qui a servi à l'établissement de la relation (13): $q = \frac{1}{2} v + 5$. En y remplaçant v par sa valeur, il vient:

$$q = \frac{s}{1400} - \frac{3}{10} \sqrt{s} + 49.$$

La quantité moyenne de travail requis par unité de surface, est:

$$\bar{q} = \frac{\int_0^s \left(\frac{s}{1400} - \frac{3}{10} \sqrt{s} + 49 \right) ds}{\int_0^s ds} = \frac{s}{2800} - \frac{1}{5} \sqrt{s} + 49.$$

Le même résultat aurait d'ailleurs été obtenu en appliquant la relation:

$$\bar{q} = \frac{1}{2} \bar{v} + 5.$$

En effet:

$$\bar{q} = \frac{1}{2} \left(88 + \frac{s}{1400} - \frac{2}{5} \sqrt{s} \right) + 5 = \frac{s}{2800} - \frac{1}{5} \sqrt{s} + 49.$$

Remplaçant $\bar{q}$ par sa valeur, dans la relation (11), il vient:

$$s \left(\frac{s}{2800} - \frac{1}{5} \sqrt{s} + 49 \right) = pK.$$

C'est la relation qui permet la résolution des deux problèmes posés.

1) Si $K = 3/4$ cent.j., la population que peuvent accueillir 10 000 km² par exemple, sera:

$$10\,000 \left(\frac{10\,000}{2\,800} - \frac{1}{5} \cdot 100 + 49 \right) = \frac{3}{4} p$$

d'où $p = 434\,700$ habitants dont la densité sera de 43 hab./km². Un calcul analogue montre que toute la région (17 500 km²) peut recevoir 670 833 personnes.

2) Avec les mêmes données, l'étendue nécessaire pour que 240 000 personnes puissent utiliser toute leur force de travail, sera:

$$s \left(\frac{s}{2800} - \frac{1}{5} \sqrt{s} + 49 \right) = 180\,000.$$

Quelques approximations successives constituent la méthode la plus rapide pour trouver la solution de cette équation; elles donnent: $s = 4\,900 \text{ km}^2$; la densité de la population est, dans ce cas, de 49 hab./km^2 .

3. LE PRODUIT ANNUEL PAR HABITANT

Les pages précédentes admettent que le produit annuel par tête varie dans l'espace puisque la quantité de travail fourni par chacun est constante, et que le potentiel varie selon les lieux. Mais elles ne se préoccupent pas de le mesurer. Tâche facile cependant.

La relation (10) exprime le lien entre le produit annuel par tête, la superficie qui le fournit tout en absorbant toute la capacité de travail d'une personne, et le potentiel du lieu: $u = \sigma v$. Or, on sait aussi que cette superficie individuelle (σ) est égale au rapport du maximum de travail que peut fournir chacun, à la quantité de travail requise par unité de surface: $\sigma = K/q$. Par conséquent, il vient: $u = Kv/q$. Cette relation permet de calculer le produit annuel par tête, en n'importe quel lieu.

Ainsi, si $K = 3/4 \text{ cent.j.}$, le produit annuel qu'obtient chaque habitant qui emploie le maximum de son temps à l'agriculture sur les meilleurs sols du Kasai (où $v = 80 \text{ t/km}^2$ et $q = 45 \text{ cent.j./km}^2$), sera:

$$u = \frac{3}{4} \cdot \frac{80}{45} = 1,33 \text{ tonnes.}$$

Là où les sols sont plus pauvres ($v = 40 \text{ t/km}^2$, $q = 25 \text{ cent.j./km}^2$) on a:

$$u = \frac{3}{4} \cdot \frac{40}{25} = 1,2 \text{ tonnes.}$$

Au lieu de chercher la valeur du produit annuel par tête en un endroit défini, on peut en chercher la valeur moyenne pour une région donnée. Dans ce cas, on a évidemment:

$$\bar{u} = K \frac{\bar{v}}{\bar{q}}.$$

Ainsi, au Kasai, on a :

$$\bar{v} = 88 + \frac{s}{1\,400} - \frac{2}{5} \sqrt{s}$$

(voir fin du chapitre IV);

si l'on envisage toute la région, soit 17 500 km², le potentiel moyen est :

$$\bar{v} = 88 + \frac{17\,500}{1\,400} - \frac{2}{5} \sqrt{17\,500} = 47,6 \text{ t/km}^2.$$

La quantité moyenne de travail requis à l'unité de surface, est :

$$\bar{q} = \frac{1}{2} \bar{v} + 5 = 28,8 \text{ cent.j./km}^2;$$

d'où : si $K = \frac{3}{4}$, $\bar{u} = \frac{3}{4} \cdot \frac{47,6}{28,8} = 1,24$ tonnes de revenu moyen par habitant.

4. VARIATIONS UNITAIRES DE POPULATION, DE TRAVAIL, DE POTENTIEL

Le chapitre V a montré l'intérêt attaché à la connaissance du supplément de superficie requis par l'accroissement unitaire de la population et du potentiel. Il a également indiqué comment ce supplément pouvait être mesuré.

Il est bien évident que le même raisonnement peut être tenu ici. Au lieu de s'appliquer à une relation de la forme $s = f(p, u, v)$, il s'appliquera à une relation de la forme $s = f(p, K, v)$. A partir de cette dernière fonction, il suffit de calculer les dérivées partielles par rapport à p , K , et v mesurés en unités petites, pour obtenir la mesure des suppléments d'étendue exigés par un accroissement unitaire de la population, du travail et du potentiel, respectivement.

Ainsi, reprenons à la deuxième section la relation suivante:

$$s = \frac{\frac{v_M}{2} + 5 - \sqrt{\left(\frac{v_M}{2} + 5\right)^2 - apK}}{\frac{a}{2}}$$

elle peut s'écrire:

$$s = \frac{v_M + 10}{a} - \frac{1}{a} \sqrt{(v_M + 10)^2 - 4apK}$$

On calculera aisément:

$$\frac{\delta s}{\delta p}, \frac{\delta s}{\delta K}, \frac{\delta s}{\delta v}$$

Il est superflu de reprendre ici ces calculs, puisqu'ils sont tout à fait analogues à ceux du chapitre V. Ainsi, par exemple, on a:

$$\frac{\delta s}{\delta p} = \frac{2K}{\sqrt{(v_M + 10)^2 - 4apK}}$$

Lorsque la relation qui lie le potentiel à la superficie n'est pas linéaire, apparaissent les mêmes difficultés que celles qu'évoque le paragraphe correspondant du chapitre V.

CHAPITRE VIII

Le temps

Tous les chapitres de ce travail ont considéré les variables dont ils traitent, comme prises à un moment déterminé. Seul le chapitre V a esquissé une analyse de leurs variations dans le temps. La population, le potentiel, le travail, la production, ont été analysés selon leurs variations dans l'espace. Mais ces grandeurs ne varient pas seulement selon les lieux, mais aussi dans la durée. Qui plus est, leurs variations temporelles engendrent des conséquences spatiales. C'est pourquoi elles doivent susciter la curiosité du géographe.

L'objet de ce chapitre est de tenter un nouvel aménagement des modèles géographiques élaborés jusqu'à présent, afin d'y intégrer le facteur temps. Les nouveaux modèles permettront alors de percevoir comment varie l'occupation de l'espace, conséquemment aux variations temporelles des éléments déterminants de cette occupation; ce sera l'intérêt théorique des modèles. Ils auront également un intérêt pratique: aider à établir des prévisions sur les modifications futures de l'occupation de l'espace en fonction de l'évolution démographique et technique.

Jusqu'ici, deux problèmes ont fréquemment retenu l'attention: étendue requise par une population, population susceptible d'être accueillie par un espace. Cette seconde question n'est guère affectée par l'analyse dans le temps; elle se pose hors du temps. Seul le premier problème sera donc envisagé dans ce qui va suivre.

L'incidence du temps sur les deux grands types de modèles dégagés dans cette étude, sera examinée séparément pour chacun d'eux. Le temps sera d'abord intégré à la fonction $s = f(p, u, v)$ qui considère le produit annuel par tête comme

constant dans toute la région. Il le sera ensuite à la fonction $s = f(p, K, v)$ qui considère le travail fourni par chacun comme pareil en tous lieux.

1. PRODUIT CONSTANT

La fonction $s = f(p, u, v)$ montre comment la superficie occupée ou requise évolue avec les trois variables: population, produit annuel par tête, potentiel. Chacun de ces trois éléments varie dans le temps selon une certaine fonction.

La population, en Afrique, augmente le plus souvent selon une progression géométrique. Si $m\%$ est le taux de croissance annuel de la population, et si p_0 est le chiffre de la population à un moment donné, la population après une durée de t années sera de:

$$p = p_0 \left(1 + \frac{m}{100} \right)^t \quad (14)$$

Quant au produit annuel par tête, il suit une loi d'évolution qui est peu ou pas connue. Il serait souhaitable que son augmentation soit aussi forte que possible. Cependant, diverses considérations étrangères à la production (par exemple la limitation des débouchés), peuvent contraindre à émettre des prévisions moins optimistes. Supposons, par exemple, que l'on estime la fonction d'évolution du produit par tête comme suit:

$$u = u_0 \frac{100 + t}{100} \quad (15)$$

où u_0 est la situation de départ et où t est compté en nombre d'années.

Le potentiel varie dans le temps selon l'impulsion que lui donne le progrès technique. Voilà bien une évolution qu'il est difficile de mesurer et plus difficile encore de prévoir. Imaginons ici un exemple en posant que le potentiel variera dans le temps selon la fonction suivante:

$$v = v_0 + \frac{v_0}{25} (\sqrt{t} + t) \quad (16);$$

cette fonction exprime une croissance rapide au début, plus lente ensuite; elle correspond à l'opinion selon laquelle l'agriculture africaine pourrait, moyennant quelques innovations, rapidement accroître ses rendements en peu de temps, pour atteindre les niveaux obtenus dans les essais des diverses stations agronomiques; après quoi, la progression serait plus lente. Nous prenons cette opinion à titre d'exemple, sans nous prononcer à son égard.

Une fois établies les relations (14), (15) et (16), intégrer le temps dans les modèles établis, signifie qu'il faut y remplacer p , u et v par leurs valeurs exprimées dans ces trois fonctions du temps.

a) Variation linéaire du potentiel

La relation (5) explicite les relations entre variables, lorsque le potentiel est lié à la surface occupée, par une relation du premier degré:

$$s = \frac{v_M - \sqrt{v_M^2 - 2ap_M u}}{a}, \quad \text{où} \quad a = \frac{v_M - v_m}{S}.$$

En remplaçant p , u , et v par leurs valeurs tirées de (14), (15) et (16), il vient:

$$s = \frac{v_{M0} + \frac{v_{M0}}{25} (\sqrt{t} + t) - \sqrt{\left[v_{M0} + \frac{v_{M0}}{25} (\sqrt{t} + t) \right]^2 - 2 \left[a_0 + \frac{a_0}{25} (\sqrt{t} + t) \right] p_0 \left(1 + \frac{m}{100} \right)^t u_0 \frac{100 + t}{100}}{a_0 + \frac{a_0}{25} (\sqrt{t} + t)}$$

qui est une fonction de la forme $s = f(t)$. Elle exprime donc comment variera la surface occupée ou requise, en fonction du temps.

Ainsi, supposons que l'on ait: $u_0 = 1$ tonne, $v_{m0} = 100$ t/km², $v_{m0} = 60$ t/km², $S = 100$ km² et $p_0 = 4500$ hab.; d'où $a_0 = 2/5$. Alors, au moment choisi pour origine, on a ($t = 0$):

$$s = \frac{100 - \sqrt{10^4 - 2 \cdot \frac{2}{5} \cdot 4500}}{\frac{2}{5}} = 50 \text{ km}^2.$$

Après 4 ans ($t = 4$), si la population (4 500) croît au rythme de 2 % l'an ($m = 2$), la superficie dont elle aura besoin sera de:

$$s = \frac{100 + 4(\sqrt{4} + 4) - \sqrt{[100 + 4(\sqrt{4} + 4)]^2 - 2\left[\frac{2}{5} + \frac{2}{125}(\sqrt{4} + 4)\right] \cdot 4500 \cdot (1,02)^4 \cdot 1,04}}{\frac{2}{5} + \frac{2}{125}(\sqrt{4} + 4)} = 44 \text{ km}^2$$

soit une superficie moindre qu'à l'origine parce que l'augmentation du potentiel a été plus forte que celle de la population et du produit par tête conjugués.

Si l'évolution du potentiel avait été moins rapide, soit

$$v = v_0 + \frac{v_0}{25} \left(\sqrt{t} + \frac{t}{2} \right),$$

la superficie requise après 4 ans eût été de 48 km² soit moins qu'au début, encore; mais après 16 ans, elle eût été de 54 km², soit plus qu'à l'origine, parce que la croissance du potentiel fléchit, tandis que celle de la population engendre des accroissements absolus toujours plus élevés.

b) *Variation non linéaire du potentiel*

L'exemple figurant à la fin du chapitre V sera repris ici pour illustrer l'intégration du facteur temps dans le cas où la relation qui lie potentiel et surface, $v = f(s)$, n'est pas linéaire.

La relation entre surface, population, production et potentiel, était celle-ci:

$$s \left(v_M - \frac{e}{3S^2} s^2 \right) = pu$$

Lorsqu'on y remplace p , u et v par leurs valeurs tirées des relations (14), (15) et (16), il vient:

$$s \left[v_{M0} + \frac{v_{M0}}{25} (\sqrt{t} + t) - \frac{e_0 + \frac{e_0}{25} (\sqrt{t} + t)}{3S^2} s^2 \right] = p_0 \left(1 + \frac{m}{100} \right)^t \cdot u_0 \frac{100 + t}{100}$$

qui est une relation pouvant s'écrire $s = f(t)$. Elle traduit les variations de la surface occupée ou requise en fonction du temps.

Reprenons les données numériques du chapitre V: $u_0 = 1$ t, $S = 100$ km², $p_0 = 3000$ hab., $v_{M0} = 80$ t/km², $v_{m0} = 55$ t/km², $e_0 = 25$ t/km².

Au moment-origine ($t = 0$), on a:

$$s \left(80 - \frac{25}{30\,000} s^2 \right) = 3\,000$$

d'où par approximations successives, on tire $s = 38$ km²; c'est l'étendue nécessaire à 3 000 personnes.

Après 4 ans, l'espace nécessaire à cette même population qui se sera développée au rythme de 2 % l'an et où l'on estime que l'évolution du produit par tête et du potentiel se fera conformément aux relations (15) et (16), sera donné par la relation:

$$s \left[80 + \frac{80}{25} (\sqrt{4} + 4) - \frac{25 + \sqrt{4} + 4}{30\,000} s^2 \right] = 3\,000 \cdot (1,02)^4 \cdot 1,04$$

d'où l'on tire $s = 34$ km².

2. TRAVAIL CONSTANT

L'attention se porte maintenant sur la situation qui a été examinée au chapitre VII: le travail fourni par chaque habitant est partout pareil, ce qui engendre des revenus annuels différents selon les lieux. Dans ce cas, le modèle où intégrer le temps est de la forme $s = f(p, K, v)$.

La variable K a été définie comme étant, dans un type d'agriculture défini, la quantité maximum de travail agricole que peut effectivement fournir chaque habitant. On sait aussi que K est limité par certains « goulots d'étranglement » du calendrier agricole. Le progrès technique élimine ces « goulots d'étranglement » et, par là, il permet au cultivateur de fournir une plus grande quantité de travail agricole. Il provoque donc l'augmentation de K . Il y a cependant une limite supérieure à cet accroissement: pour un homme adulte, on peut par exemple la fixer à 300 jours l'an à raison de 8 heures par jour.

Il est malaisé de connaître la manière dont K varie dans le temps suite au progrès technique. Comme précédemment, supposons que cette fonction est connue; soit, par exemple:

$$K = K_0 + \frac{t}{20} \quad (17)$$

valable depuis $t = 0$ jusqu'à $t = t_M$, où t_M est la valeur pour laquelle K atteint le maximum physique signalé ci-dessus.

Comme dans la première section, supposons que population et potentiel varient comme suit dans le temps:

$$p = p_0 \left(1 + \frac{m}{100} \right) \quad (14)$$

$$v = v_0 + \frac{v_0}{25} (\sqrt{t} + t) \quad (16)$$

Reste à remplacer p , K et v , dans la fonction $s = f(p, K, v)$, par leurs valeurs tirées des relations (14), (17) et (16).

a) *Variation linéaire du potentiel*

Dans le cas de variation linéaire du potentiel, on se reportera à la relation établie au paragraphe a) de la deuxième section du chapitre VII; elle peut s'écrire:

$$s = \frac{v_M + 10 - \sqrt{(v_M + 10)^2 - 4apK}}{a}$$

En y remplaçant p , K et v par leurs valeurs exprimées dans les relations (14), (17) et (16), il vient:

$$s = \frac{v_{M0} + \frac{v_{M0}}{25}(\sqrt{t} + t) + 10 - \sqrt{\left[v_{M0} + \frac{v_{M0}}{25}(\sqrt{t} + t) + 10 \right]^2 - 4 \left[a_0 + \frac{a_0}{25}(\sqrt{t} + t) \right] p_0 \left(1 + \frac{m}{100} \right)^t \left(K_0 + \frac{t}{20} \right)}{a_0 + \frac{a_0}{25}(\sqrt{t} + t)}$$

Dans une région où

$$S = 100 \text{ km}^2, v_{M0} = 100 \text{ t/km}^2, v_{m0} = 60 \text{ t/km}^2,$$

$$a_0 = \frac{2}{5}, K_0 = \frac{3}{4} \text{ cent.j.},$$

la superficie nécessaire à 4 500 personnes, au départ ($t = 0$), est de:

$$s = \frac{110 - \sqrt{110^2 - 4 \cdot \frac{2}{5} \cdot 4500 \cdot \frac{3}{4}}}{\frac{2}{5}} = 70 \text{ km}^2.$$

Après 4 ans, la population croissant au rythme de 2 % l'an ($m = 2$), les gens auront besoin d'une étendue de:

$$s = \frac{134 - \sqrt{134^2 - 4 \cdot \frac{62}{125} \cdot 4500 \cdot 1,08 \cdot 0,95}}{\frac{62}{125}} = 80,64 \text{ km}^2$$

soit une étendue nettement supérieure à celle d'il y a 4 ans. Cette augmentation est notamment due à une forte hausse de K . Le progrès technique ayant réduit les obstacles constitués par les « goulots d'étranglement », les cultivateurs peuvent mieux employer leur force de travail, et augmentent leurs superficies. Cette augmentation, jointe à celle que nécessite le croît démographique, est responsable du considérable accroissement des besoins en superficie (+ 15 %) survenu en 4 ans.

Evidemment, le produit annuel par tête se ressent favorablement de l'extension des surfaces. En somme, c'est en permettant à chacun d'utiliser pleinement toute sa force de travail, que l'on tend à maximiser le produit. En effet, on sait que $s\bar{v} = p\mu$, ou $\mu = s\bar{v}/p$; à l'origine, le produit par habitant est de:

$$\mu = \frac{70 \cdot 80}{4\,500} = 1,26 \text{ tonnes.}$$

Après 4 ans, le potentiel moyen est devenu:

$$\bar{v} = 80 + \frac{80}{25} (\sqrt{4} + 4) = 99,2 \text{ t/km}^2;$$

la population atteint: $p = 4\,500 \cdot (1,02)^4 = 4\,870 \text{ hab.}$; le produit par tête devient:

$$\mu = \frac{80,64 \times 99,2}{4\,870} = 1,64 \text{ t.,}$$

soit une augmentation de 30 %. Si cette augmentation dépasse celle de la superficie occupée, c'est grâce à la forte hausse du potentiel.

b) *Variation non linéaire du potentiel*

Le cas où la relation $v = f(s)$ n'est pas linéaire, sera illustré en reprenant l'exemple déjà donné à la fin du chapitre V. On y lit que la relation entre le potentiel et la superficie, est:

$$v = v_M - \frac{e}{S^2} s^2, \text{ et que le potentiel moyen est: } \bar{v} = v_M - \frac{e}{3S^2} s^2$$

Convenons d'admettre encore la relation (13): $q = 1/2v + 5$. Depuis le paragraphe b) de la deuxième section du chapitre VII, on sait que l'on peut écrire:

$$\bar{q} = \frac{\bar{v}}{2} + 5.$$

Remplaçant $\bar{v}$ par sa valeur, il vient:

$$\bar{q} = \frac{1}{2} \left(v_M - \frac{e}{3S^2} s^2 \right) + 5.$$

La relation (11) peut s'écrire: $s\bar{q} = pK$.

Remplaçons-y $\bar{q}$ par sa valeur:

$$s \left(\frac{v_M}{2} - \frac{e}{6S^2} s^2 + 5 \right) = pK. \quad (18)$$

La relation (18) exprime la façon dont sont liés la surface, le potentiel, la population, la quantité maximum de travail prestable dans le cadre d'un système de culture déterminé.

Donnons aux variables les valeurs suivantes: $v_M = 80 \text{ t/km}^2$, $v_m = 55 \text{ t/km}^2$, $S = 100 \text{ km}^2$, $K = 3/4 \text{ cent.j.}$, $p = 2436 \text{ personnes}$. Dans ce cas, la superficie requise pour permettre à cette population d'utiliser sa force de travail, est de:

$$s \left(\frac{80}{2} - \frac{25}{60\,000} s^2 + 5 \right) = \frac{3}{4} \cdot 2436,$$

ce qui donne $s = 40 \text{ km}^2$.

L'intégration du temps à la relation (18) se fait en remplaçant p , K et v par leurs valeurs exprimées par les relations (14), (17) et (16):

$$\begin{aligned} s \left[\frac{v_{M0}}{2} + \frac{v_{M0}}{50} (\sqrt{t} + t) - \frac{e_0 + \frac{e_0}{25} (\sqrt{t} + t)}{6S^2} s^2 + 5 \right] \\ = p_0 \left(1 + \frac{m}{100} \right)^t \left(K_0 + \frac{t}{20} \right) \end{aligned}$$

Reprenant pour v , s , p et K les mêmes valeurs numériques que ci-dessus, et considérant que la population croît à raison

de 2 % l'an ($m = 2$), la superficie dont la population aura besoin après 4 ans ($t = 4$), sera de:

$$s \left[\frac{80}{2} + \frac{80}{50} (\sqrt{4} + 4) - \frac{25 + \sqrt{4} + 4}{60\,000} s^2 + 5 \right]$$

$$= 2\,436 \cdot (1,02)^4 \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{4}{20} \right)$$

qui permet de trouver $s = 47 \text{ km}^2$.

En somme, chacun des cas envisagés dans ce chapitre, a permis d'établir une relation $s = f(t)$ permettant de connaître l'évolution de l'occupation de l'espace dans le temps; ceci, à condition de savoir comment évoluent la population et le potentiel, ainsi que le produit annuel par tête ou la quantité maximum de travail prestable dans le cadre d'un type d'agriculture donné.

Conclusion

Du simple au complexe, différents modèles géographiques ont été présentés. Tous s'efforcent d'explicitier les relations d'une population avec son espace, en tenant compte des principaux éléments qui exercent une influence sur ces liens d'interdépendance.

Le concept de potentiel a traduit le résultat de la combinaison d'un système de culture et d'un sol. En région parfaitement uniforme, le caractère synthétique de ce concept a permis d'établir une relation très simple entre lui, le produit annuel par tête, la population et l'étendue qu'elle occupe. Cette relation est devenue plus complexe lorsque le potentiel varie dans une région, entre deux limites connues. Sa complexité grandit encore, lorsque la fonction de variation du potentiel n'est plus linéaire. Ensuite, un effort supplémentaire a permis de rapprocher le modèle de la réalité géographique qu'il représente, en y intégrant le travail fourni par l'homme et exigé par l'agriculture. Enfin, les modifications de surface occupée sont rapportées à une seule variable: le temps.

Et on est loin du point final dans cette marche vers plus de fidélité au réel. Car bien d'autres éléments peuvent entrer en ligne de compte, qui, eux aussi, exercent un effet sur les relations population-espace. Ainsi, par exemple, des activités non agricoles pourraient être prises en considération, ou bien l'effet différentiel des divers types de progrès technique, etc...

Synthèse, concision, clarté, caractérisent sans doute les interdépendances qui sont exprimées sous la forme de modèles. Précision, aussi, des relations entre éléments et possibilité de mesure des modifications qui interviennent. Mais ces qualités ne sont obtenues qu'au prix d'une certaine abstraction du concret, d'une perte de contact avec sa riche diversité. Il n'empêche

que cette façon d'exprimer les réalités géographiques, peut avoir la fécondité de toutes les expressions synthétiques et générales qui épousent cependant mal tous les détails des phénomènes. Le modèle a l'avantage d'explicitier et de préciser des relations parfois décrites ailleurs d'une manière trop qualitative et diluées dans une masse de faits analytiques. De plus, il met en évidence des relations pratiquement inexprimables sous d'autres formes.

Les modèles peuvent aussi aider à poser clairement un diagnostic sur l'état actuel de l'occupation d'un espace rural déterminé. Il peut s'en suivre la fixation d'objectifs en la matière. Ils peuvent aussi contribuer à prévoir les conséquences d'une politique d'occupation de l'espace, de réformes techniques, d'élévation du produit par tête, sur le plan des besoins de terres et sur celui de la capacité régionale à porter une population. En exprimant l'évolution de la surface exploitée dans le temps, ils permettent de prévoir l'échelonnement de ceux des investissements qui sont proportionnels à l'espace occupé ou à la population.

A l'heure où tout le monde se rend compte de l'énormité de la tâche du développement, une planification s'impose, chacun l'admet. Elle ne concerne pas seulement l'économique et le social. L'aménagement de l'espace doit, lui aussi, y être intégré. Dans ce but, les relations des hommes avec l'espace qu'ils occupent et exploitent, doivent être non seulement connues mais encore exprimées avec toute la concision et l'exactitude possibles. Ainsi pourront-elles mieux s'intégrer à un projet de développement. Les modèles géographiques apportent une réponse à ces exigences. Sans doute, toute prévision chiffrée comporte-t-elle sa part d'illusoire, dans le domaine de l'aménagement de l'espace comme ailleurs. Néanmoins, les ordres de grandeur pourvus par les modèles, présentent une utilité peu contestable.

Terminons la conclusion en rappelant que ce travail constitue un essai. Essai en vue de donner à la géographie une forme supplémentaire nouvelle d'expression. Comme tel, il appelle la critique.

(Séminaire de Géographie de Liège, avril 1963)

TABLE DES MATIERES

RÉSUMÉ	1
SAMENVATTING	1
SUMMARY	2
INTRODUCTION	3
CHAP. I. Potentiel	9
1. Système de culture	9
2. Potentiel	12
3. Potentiel et rotation	14
4. Potentiel et système de culture	16
CHAP. II. Potentiel constant, population et produit par habitant	17
CHAP. III. Potentiel variable	20
1. La population d'une région déterminée	21
2. L'espace nécessaire à une population	22
a) Le choix de la population	22
b) Solution du problème	24
CHAP. IV. Potentiel variable (suite)	29
1. Le cas général	30
2. Deux applications	31
CHAP. V. Variations unitaires de population, de production, de potentiel	38
1. Le cas général	39
2. Variation linéaire du potentiel	40
a) Variation unitaire de la population	40
b) Variation unitaire du produit annuel par tête	41
c) Variation unitaire du potentiel	41
3. Variation non linéaire du potentiel	43
CHAP. VI. Travail, population et superficie	46
1. Intégration du travail	47
2. Travail et produit constant	49

CHAP. VII. Travail et produit variable	...	...	...	...	...	51
1. Le cas général	...	...	...	...	...	52
2. Quelques applications	...	...	...	...	...	54
a) Variation linéaire du potentiel	...	...	...	...	...	55
b) Variation non linéaire du potentiel	...	...	...	...	...	56
3. Le produit annuel par habitant	...	...	...	...	...	58
4. Variations unitaires de population, de travail, de potentiel	...	...	...	...	...	59
CHAP. VIII. Le temps	...	...	...	...	...	61
1. Produit constant	...	...	...	...	...	62
a) Variation linéaire du potentiel	...	...	...	...	...	63
b) Variation non linéaire du potentiel	...	...	...	...	...	65
2. Travail constant	...	...	...	...	...	66
a) Variation linéaire du potentiel	...	...	...	...	...	67
b) Variation non linéaire du potentiel	...	...	...	...	...	68
CONCLUSION	...	...	...	...	...	71
TABLE DES MATIÈRES	...	...	...	...	...	73

Achévé d'imprimer le 8 février 1964
par l'Imprimerie SNOECK-DUCAJU et FILS S.A., Gand - Bruxelles