

PUBLICATIONS DE L'INSTITUT NATIONAL
POUR L'ÉTUDE AGRONOMIQUE DU CONGO BELGE
(I. N. É. A. C.)

LE DÉTERMINISME DE L'ÉVAPORATION DANS LA NATURE

ÉTUDE DES ASPECTS
GÉOPHYSIQUE ET ÉCOLOGIQUE DU PROBLÈME
DANS LE CADRE DU BILAN ÉNERGÉTIQUE

PREMIÈRE PARTIE

GÉNÉRALITÉS THÉORIQUES

PAR

ÉTIENNE A. BERNARD

Maître de recherches à l'I.N.É.A.C.

SÉRIE SCIENTIFIQUE N° 68

1956

PRIX : 135 F

INSTITUT NATIONAL POUR L'ÉTUDE AGRONOMIQUE DU CONGO BELGE

I. N. É. A. C.

(A. R. du 22-12-33 et du 21-12-39)

L'INÉAC, créé pour promouvoir le développement scientifique de l'agriculture au Congo belge, exerce les attributions suivantes :

1. Administration de Stations de recherches dont la gestion lui est confiée par le Ministère des Colonies.
2. Organisation de missions d'études agronomiques et formation d'experts et de spécialistes.
3. Etudes, recherches, expérimentation et, en général, tous travaux quelconques se rapportant à son objet.

Administration :

A. COMMISSION.

Président :

S. A. R. le prince ALBERT de Belgique.

Vice-Président :

M. JURION, F., Directeur général de l'I. N. E. A. C.

Secrétaire :

M. LEBRUN, J., Secrétaire général de l'I. N. E. A. C.

Membres :

MM. BOUILLENNE, R., Membre de l'Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique;

BRIEN, P., Membre de l'Académie royale des Sciences coloniales;

DEBAUCHE, H., Professeur à l'Université Catholique de Louvain;

DE WILDE, L., Professeur à l'Institut Agronomique de l'Etat, à Gand;

DUBOIS, A., Directeur de l'Institut de Médecine Tropicale « Prince Léopold », à Anvers;

DUMON, A., Professeur à l'Institut Agronomique de l'Université Catholique de Louvain;

GEURDEN, L., Professeur à l'École de Médecine Vétérinaire de l'Etat, à Gand;

GILLIEAUX, P., Membre du Comité Cotonnier Congolais;

GUILLAUME, A., Président du Comité Spécial du Katanga;

HARROY, J.-P., Vice-Gouverneur Général, Gouverneur du Ruanda-Urundi.

HELBIG DE BALZAC, L., Président du Comité National du Kivu;

HENRARD, J., Directeur de l'Agriculture, Forêts, Elevage et Colonisation, au Ministère des Colonies;

HOMÈS, M., Professeur à l'Université Libre de Bruxelles;

LAUDE, N., Directeur de l'Institut Universitaire des Territoires d'Outre-Mer, à Anvers;

MAYNÉ, R., Professeur à l'Institut Agronomique de l'Etat, à Gembloux;

OPSOMER, J., Professeur à l'Institut Agronomique de Louvain;

PEETERS, G., Professeur à l'Université de Gand;

PONCELET, L., Météorologiste à l'Institut Royal Météorologique, à Uccle;

ROBYNS, W., Membre de l'Académie Royale Flamande des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique;

SCHOENAERS, F., Professeur à l'École de Médecine Vétérinaire de l'Etat, à Cureghem;

SIMONART, P., Professeur à l'Université Catholique de Louvain;

STANER, P., Inspecteur royal des Colonies;

STOFFELS, E., Professeur à l'Institut Agronomique de l'Etat, à Gembloux;

TULIPPE, O., Professeur à l'Université de Liège;

VAN DE PUTTE, M., Membre du Conseil Colonial;

VAN STRAELEN, V., Président de l'Institut des Parcs Nationaux du Congo Belge;

WILLEMS, J., Administrateur-Directeur du Fonds National de la Recherche Scientifique.

LE DÉTERMINISME DE L'ÉVAPORATION DANS LA NATURE

**ÉTUDE DES ASPECTS
GÉOPHYSIQUE ET ÉCOLOGIQUE DU PROBLÈME
DANS LE CADRE DU BILAN ÉNERGÉTIQUE**

PUBLICATIONS DE L'INSTITUT NATIONAL
POUR L'ÉTUDE AGRONOMIQUE DU CONGO BELGE
(I. N. É. A. C.)

LE DÉTERMINISME DE L'ÉVAPORATION DANS LA NATURE

ÉTUDE DES ASPECTS
GÉOPHYSIQUE ET ÉCOLOGIQUE DU PROBLÈME
DANS LE CADRE DU BILAN ÉNERGÉTIQUE

PREMIÈRE PARTIE
GÉNÉRALITÉS THÉORIQUES

PAR

ÉTIENNE A. BERNARD

Maître de recherches à l'I.N.É.A.C.

SÉRIE SCIENTIFIQUE N° 68

1956

TABLE DES MATIÈRES

	Pages
AVANT-PROPOS	9
CHAPITRE PREMIER. — Le problème de l'évaporation naturelle	13
1. L'évaporation au point de vue moléculaire en air confiné	13
a) Le processus moléculaire de l'évaporation	13
b) La tension maxima de la vapeur d'eau	14
2. La diffusion moléculaire d'un gaz dans un autre. Formules fondamentales	16
a) L'équation d'état des gaz. Sa forme moléculaire	16
b) La diffusion d'un gaz en conditions uniformes de pression totale et de température. Loi de FICK	19
c) Insuffisance de la loi fickienne de la diffusion dans les conditions micrométéorologiques normales	22
d) La diffusion d'un gaz en conditions de gradients de pression totale et de température. Loi de CHAPMAN	23
e) Expression de la loi de CHAPMAN avec les grandeurs macroscopiques habituelles de la micrométéorologie	25
3. L'évaporation à l'air libre par diffusion moléculaire dans la couche limite	27
a) Loi de la diffusion de la vapeur d'eau dans la couche limite	27
b) Le coefficient de diffusion de la vapeur d'eau dans l'air	29
c) L'épaisseur δ de la couche limite	30
d) L'expression de l'évaporation pour une surface de grande étendue	31
e) Expression approchée de l'évaporation d'une surface de grande étendue	32
f) Expression de l'évaporation d'une petite surface	34
g) Signe et ordre de grandeur du rapport de thermovaporisation. Le facteur de thermovaporisation	34
h) Conséquences de la thermovaporisation. Erreur de la formule classique	36
i) Ordre de grandeur de l'évaporation dans la couche limite. Unités pratiques	37
4. Les deux aspects de l'évaporation : microphysique local et géophysique global	38
5. Le transport de la vapeur par diffusion turbulente dans l'air libre	41
6. L'évaporation comme phénomène énergétique	44
a) La chaleur latente de vaporisation	44
b) Nécessité d'un apport d'énergie pour l'entretien de l'évaporation .	45
7. Les diverses voies de solution du problème de l'évaporation naturelle	47
a) Définitions	47
b) Les voies de solution	50

	Pages
CHAPITRE II. — L'équation du bilan d'énergie pour une étendue naturelle horizontale	52
1. L'expression générale de l'évaporation par le bilan d'énergie	52
a) Le bilan d'acquisition de chaleur	53
b) Le bilan de déperdition de la chaleur acquise Q	57
c) L'équation du bilan d'énergie	60
2. L'équation du bilan d'énergie sous forme différentielle. Erreurs commises	60
3. L'ordonnance des processus réalisant le bilan d'énergie dans le déterminisme naturel	62
CHAPITRE III. — Les termes normaux de l'équation du bilan d'énergie	64
1. La radiation globale G	64
2. L'albedo a	65
3. Les coefficients d'efficience photosynthétique a_p , a'_p et d'activité métabolique μ	70
a) Définitions et symboles	70
b) Expression de l'efficience photosynthétique brute a_p	72
c) Expression de l'efficience photosynthétique nette a'_p	72
d) Exemples de détermination pratique de l'efficience photosynthétique nette a'_p	73
e) Le coefficient d'utilisation photosynthétique u_p	79
f) Le coefficient d'activité métabolique a_m des hétérotrophes	81
g) Le coefficient d'activité métabolique totale μ	81
4. Le rayonnement thermique effectif N	82
a) Rappel des formules de base	82
b) Ordre de grandeur du rayonnement terrestre N_s	83
c) Ordre de grandeur du rayonnement atmosphérique N_A . Formules empiriques	84
d) Ordre de grandeur du rayonnement effectif N . Formules empiriques	86
e) La détermination instrumentale des termes du rayonnement thermique	87
5. La chaleur K échangée avec l'air	88
a) La diffusion moléculaire de la chaleur au sein d'un gaz simple	88
b) La diffusion moléculaire de la chaleur au sein d'un mélange de deux gaz simples, à pression totale constante	89
c) La diffusion moléculaire de la chaleur dans l'air des couches limites des corps naturels	91
d) Le coefficient k de la conductivité thermique de l'air	92
e) Ordre de grandeur de la diffusion de la chaleur dans la couche limite. Unités pratiques	94
f) La densité du flux calorifique échangé par la surface avec l'air	94
g) La diffusion de la chaleur dans la couche turbulente	95
6. La chaleur Q_i accumulée par la matière d'application du bilan	98
a) Évaluation de la chaleur $Q_{vég}$ accumulée par la strate végétale	99
b) Évaluation de la chaleur Q_g accumulée par le sol	99
7. La chaleur Q_t échangée aux parois	102

	Pages
CHAPITRE IV. — Les termes complémentaires de l'équation du bilan d'énergie sous sa forme rigoureuse	105
1. Les chaleurs latentes de changements d'état de l'eau, autres que l'évaporation.	105
2. Les modifications de la chaleur latente de vaporisation. La chaleur de mouillage	106
3. La conversion en chaleur de frottement de l'énergie cinétique du vent	108
4. Le travail de succion radiculaire et d'ascension de l'eau transpirée ...	108
a) Le travail de succion radiculaire	108
b) Le travail d'ascension de l'eau transpirée	111
5. La perturbation de la chaleur du sol par les apports extérieurs d'eau	111
a) Expression de la chaleur échangée	111
b) L'équation de l'équilibre calorimétrique sol-eau apportée et ses diverses applications	113
6. Le transfert radiatif de la chaleur	114
CHAPITRE V. — L'expression rationnelle de l'évaporation d'une surface horizontale par les éléments microclimatiques mesurables	116
1. Le rapport de BOWEN dans la couche limite	116
a) La dérivation originelle de BOWEN du rapport K/V	116
b) La dérivation nouvelle du rapport de BOWEN compte tenu de la thermovaporisation	119
2. La théorie analogique du transfert par turbulence	120
a) Lois élémentaires du transport par diffusion moléculaire	120
b) Lois classiques du transfert par diffusion turbulente.	122
c) Conditions de validité de la théorie analogique classique.	124
d) Bases théoriques de la détermination pratique des diffusivités K_M , K_H , K_V par l'équation du transfert turbulent	125
e) Les déterminations expérimentales de K_M , K_H , K_V et les résultats contradictoires de la littérature	130
3. Le rapport de BOWEN dans la couche turbulente	132
4. Expression rationnelle de l'évaporation par la formule de BOWEN ...	133
a) La formule de BOWEN	133
b) L'erreur commise dans l'emploi de la formule de BOWEN	134
c) Cas particuliers et remarquables d'application du rapport de BOWEN. La rosée	136
d) Recherches micrométéorologiques désirables sur le rapport de BOWEN. Pratique des observations.	137
5. La formule pratique de PENMAN pour le calcul de l'évaporation d'une nappe d'eau libre	139
a) Établissement de la formule	139
b) Discussion de la formule. Ses avantages et ses limitations d'emploi	141

	Pages
6. La forme d'intervention de la vitesse du vent dans l'expression de l'évaporation	146
a) Généralités	146
b) Examen critique des expressions et indices empiriques de l'évaporation de la forme $V = f(u)(e_1 - e_2)$	147
7. Comparaison des méthodes énergétique et aérodynamique d'expression de l'évaporation naturelle	150
a) Les méthodes du bilan énergétique	150
b) Les méthodes aérodynamiques.	150
CHAPITRE VI. — L'équation du bilan d'énergie pour un corps isolé	153
1. La nature du problème. Le raisonnement à suivre.	153
2. Définition des termes globaux de l'équation	154
a) Le terme de rayonnement incident	155
b) Le terme de perte par transmission et par réflexion	155
c) Le terme de métabolisme.	156
d) Le terme de perte par rayonnement thermique effectif	157
e) Autres termes	157
3. L'équation du bilan d'énergie d'un corps isolé.	158
a) Expression générale	158
b) L'équation du bilan d'énergie d'une plante isolée	158
BIBLIOGRAPHIE	159



AVANT-PROPOS

En 1951, une visite au « Physical Department » du Docteur H. L. PENMAN à la Station expérimentale de Rothamsted achevait de me convaincre que la méthode du bilan d'énergie offrait la solution simple et rationnelle des problèmes de l'évaporation naturelle et du bilan d'eau des cultures.

De retour au Congo belge, je m'efforçai de faire partager ma conviction à mes collègues du Centre de Recherches de l'I.N.É.A.C. à Yangambi — physiciens du sol, physiologistes, écologistes et agronomes — qui tous collaborent à résoudre le problème du besoin en eau des plantes, envisagé sous ses divers aspects.

Dès lors, les nombreuses objections et interrogations qui me furent posées sur la méthode, le jeu entretenu des questions et des réponses me soutinrent dans un profitable effort pour une meilleure compréhension du problème, en vue de résoudre les difficultés présentées et de dissiper aussi mes propres perplexités.

La présente publication fait le point de cette symbiose d'idées, développée à Yangambi sur la méthode du bilan d'énergie. Elle tente d'exposer la théorie de l'évaporation dans la nature en dégageant l'ordre déterministe qui enchaîne les processus réels du phénomène.

Mais ceux-ci offrent de multiples aspects qui participent aussi bien de la physique que de la biologie. Dans de telles études, on occupe donc forcément une position périlleuse sur la crête réunissant les vastes domaines de la géophysique et des sciences naturelles *sensu stricto*. C'est pourquoi semblables tentatives sont naturellement imparfaites et stimulent une convergence d'inévitables critiques.

J'estimerai avoir fait œuvre utile dans la mesure où ces critiques aideront dans ce problème complexe à établir les jonctions si désirables entre les géophysiciens et les biologistes.

Cette première partie de l'étude sur l'évaporation naturelle est entièrement consacrée à la théorie. Le chapitre premier pose le problème et s'attache spécialement à l'aspect premier du phénomène d'évaporation : la sortie de vapeur d'eau par diffusion moléculaire

dans la couche limite surmontant la surface évaporante. L'existence des gradients thermiques importants qui règnent souvent dans les couches limites, sous l'influence des conditions micrométéorologiques normales, oblige à considérer en toute généralité le rôle de la thermodiffusion dans le phénomène. Si les progrès expérimentaux ultérieurs assignent au facteur de thermodiffusion de la vapeur d'eau dans l'air un ordre de grandeur tel que ce rôle s'avère négligeable, les formules de la diffusion moléculaire de vapeur établies dans ce chapitre se réduiront aux formules classiques de la diffusion fickienne. Il en sera de même des lois de la diffusion moléculaire de la chaleur, exposées au chapitre III. Les résultats acquis, bien que s'avérant alors sans intérêt pratique, auront contribué à éclaircir un point théorique et peut-être garderont-ils une utilité dans certains problèmes de diffusion relatifs à d'autres gaz.

Le chapitre II étudie comment le rayonnement global incident sur les étendues naturelles se distribue sur divers termes, en un bilan d'énergie.

Le chapitre III analyse les termes normaux, généralement considérés dans ce bilan. On y propose une solution quantitative du problème de l'activité métabolique des étendues naturelles. Ce problème, si essentiel pour le biologiste et peu familier au géophysicien, est développé en détail. Dans ce même chapitre, la question de la diffusion moléculaire de la chaleur dans la couche limite est traitée en tenant compte de la thermodiffusion de la vapeur d'eau.

Le chapitre IV précise l'importance de certains termes du bilan d'énergie moins couramment envisagés, comme l'échange calorifique réalisé entre les pluies et le sol.

Le chapitre V expose les théories conduisant à exprimer l'évaporation des surfaces naturelles en fonction des seuls éléments microclimatiques mesurables en pratique.

Le chapitre VI qui termine cette première partie établit l'équation du bilan d'énergie d'un corps isolé.

Le bilan d'énergie des surfaces naturelles pose un problème éminemment synthétique qui résume rationnellement toute la climatologie physique, étude des lois générales et de valeur moyenne dans le temps qui régissent les interactions physiques entre l'atmosphère et les surfaces terrestres.

Une étude comme celle-ci oblige donc à considérer de nombreuses grandeurs propres à l'atmosphère, à la végétation, au substrat : en un mot, caractéristiques de réalités naturelles très diversifiées.

C'est pourquoi un soin tout particulier a dû être attaché dans ce travail au choix des symboles utilisés. On a essayé, dans la mesure du possible, de les rendre évocateurs, d'éviter les confusions d'emploi et de respecter les usages les mieux établis.

Ce m'est un agréable devoir de remercier ici tous mes collègues de l'I.N.É.A.C. qui ont collaboré à ce travail par les critiques si utiles qu'ils m'ont présentées à l'occasion de discussions nombreuses et fécondes.

Je dois aussi une vive reconnaissance aux dirigeants de l'Institut qui m'ont encouragé à entreprendre cette étude et qui ont accepté sa publication.

Enfin, j'ai de particulières obligations envers M. F. BULTOT, Chef du Bureau Climatologique de l'I.N.É.A.C. à Bruxelles, qui a apporté un grand soin dans la revision des épreuves et qui m'a communiqué de nombreuses et pertinentes remarques.

PREMIÈRE PARTIE

Généralités théoriques.

CHAPITRE PREMIER

LE PROBLÈME DE L'ÉVAPORATION NATURELLE

1. L'ÉVAPORATION AU POINT DE VUE MOLÉCULAIRE EN AIR CONFINÉ

a) **Le processus moléculaire de l'évaporation.**

Rappelons en quoi consiste le phénomène physique de l'évaporation, envisagé à l'échelle moléculaire de ses processus intimes.

Considérons la surface horizontale d'équilibre qui sépare l'eau contenue dans un récipient de l'air qui la surmonte. Cette eau est formée de molécules entre lesquelles s'exercent des forces de cohésion, contrairement à ce qui a lieu pour les gaz. En outre, ces molécules, en mouvement chaotique d'agitation, s'entrechoquent toutes les unes les autres, la température du liquide étant supérieure au zéro absolu. Ainsi, une molécule de l'intérieur du liquide reçoit à chaque instant des chocs de toutes parts des molécules voisines. Ces chocs sont statistiquement équilibrés et la molécule reste autour d'une position moyenne d'équilibre. Mais si nous considérons une molécule très voisine de la surface, cet état d'équilibre est rompu. Envisageons en effet la petite sphère centrée sur chaque molécule au sein du liquide et de rayon égal à la distance où s'annulent en moyenne les forces d'attraction des molécules voisines. Ces forces de

cohésion ne s'exercent plus dans la partie émergée de la sphère d'action ainsi définie et propre à la molécule.

A un moment donné, la résultante des impulsions reçues par le choc des molécules voisines peut suffire pour libérer la molécule du champ d'attraction du liquide et la projeter dans l'air au-dessus de la nappe d'équilibre.

Inversement, des molécules d'eau déjà échappées de la nappe reçoivent à un instant donné une impulsion résultante vers le bas par les chocs des molécules gazeuses voisines. Elles peuvent ainsi rentrer dans le liquide. Le bilan net des sorties et des rentrées de molécules par unité de temps définit la vitesse de l'évaporation.

b) La tension maxima de la vapeur d'eau.

Couvrons maintenant le liquide et l'air qui le surmonte par une cloche hermétique afin de séparer l'ensemble de l'air extérieur. Des molécules de vapeur d'eau vont remplir progressivement l'espace sous la cloche. Mais en même temps, le nombre des molécules rentrant dans le liquide augmente. Une pression de vapeur limite ou saturante sera finalement atteinte sous la cloche telle que les rentrées moléculaires compensent les sorties.

Cette pression limite, réalisée par un équilibre dynamique, s'appelle la pression ou la *tension de vapeur saturante* ou encore la *tension maxima* de la vapeur (en anglais : *maximum vapor pressure*). Nous la désignerons par le symbole E.

La tension maxima ne dépend que de l'état moyen d'agitation des molécules du liquide et des molécules de la vapeur saturante. Elle est donc seulement fonction de la température absolue du liquide et du gaz, ce système étant supposé isotherme. Elle ne dépend en aucune façon de la présence ou de l'absence d'un autre gaz, l'air par exemple, au-dessus du liquide. Il est donc incorrect de dire que « l'air » est saturé par la vapeur d'eau à la pression E, bien que cette expression acquise soit tolérée. C'est l'espace qui est saturé et non le gaz qui l'occupe.

Si l'agitation moléculaire augmente avec la température absolue, la tension maxima de la vapeur croît selon une courbe exponentielle déduite par la théorie et précisée numériquement par les expérimentateurs. On l'appelle la courbe des tensions maxima E de la vapeur en fonction de la température absolue T. La fonction E(T) se déduit théoriquement sous la forme de première approximation (formule de DUPRÉ),

$$\log_e E = \alpha - \frac{\beta}{T} - \gamma \log_e T, \quad (I.12)$$

α , β et γ étant des constantes. On trouvera une démonstration thermodynamique de cette formule dans VAN MIEGHEM et DUFOUR (1948, p. 85). On montre que la tension maxima de la vapeur d'eau au-dessus de la phase liquide pure (E_w) pour les températures inférieures à 0° C est différente (légèrement inférieure) à celle au-dessus de la phase solide (E_i). La formule (I.1a) s'applique ainsi avec des coefficients α , β , γ différents au-dessus de l'eau (indice w de *water*) et au-dessus de la glace (indice i de *ice*),

$$\left\{ \begin{array}{l} \log_e E_w = \alpha_w - \frac{\beta_w}{T} - \gamma_w \log_e T, \\ \log_e E_i = \alpha_i - \frac{\beta_i}{T} - \gamma_i \log_e T. \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(I.1b)} \\ \text{(I.1c)} \end{array}$$

En multipliant la relation (I.1b) par 0,43429, module absolu $\log_{10} e$, on obtient la forme pratique d'application

$$\log_{10} E_w = \sigma'_w - \frac{\beta'_w}{T} - \gamma_w \log_{10} T. \quad \text{(I.1d)}$$

Les valeurs ci-après des constantes α_w , β_w et γ_w , proposées par KIEFER (1941), fournissent E_w en millibars (mb) au-dessus de l'eau pure et entre — 20 et + 50° C, avec une excellente approximation (cf. BERRY, BOLLAY et BEERS, 1945, pp. 70 et 343) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma'_w = 24,67, \\ \beta'_w = 2.990, \\ \gamma_w = 5,31. \end{array} \right. \quad \text{(I.1d')}$$

La formule admise par l'Organisation Météorologique Internationale, O.M.I., (1949, p. 230; 1951, pp. 25 et 43) à la Conférence de Washington de 1947 est celle de J. A. GOFF et S. GRATCH (1946). Cette formule est basée sur les résultats expérimentaux modernes. Elle tient compte du fait que la vapeur d'eau n'est pas un gaz parfait, ce qui entraîne des termes correctifs en T s'ajoutant aux trois termes principaux de (I.1b). La table (T , E_w) officiellement en vigueur et basée sur la formule de GOFF et GRATCH est publiée dans LIST (1952, p. 351) pour T variant par 0,1° C entre — 50° C et + 100° C au-dessus de l'eau pure.

Le tableau I donne les valeurs de E_w de 10 en 10° C calculées par la formule officielle de l'O.M.I. Nous y avons ajouté les valeurs comparées obtenues par la formule (I.1d) avec les constantes (I.1d') de KIEFER. On voit que l'accord est excellent.

TABLEAU I.

Tension maxima de la vapeur d'eau E_w au-dessus de l'eau pure (en mb).

Température °C	— 20	— 10	0	+ 10	+ 20	+ 30	+ 40	+ 50
E_w (O.M.I.)	1,25	2,86	6,11	12,27	23,37	42,43	73,78	123,40
E_w (KIEFER)	1,24	2,86	6,11	12,28	23,37	42,43	73,70	123,30

2. LA DIFFUSION MOLÉCULAIRE D'UN GAZ DANS UN AUTRE FORMULES FONDAMENTALES

Nous allons voir que l'évaporation, dans son processus le plus primitif, est un phénomène de diffusion des molécules d'eau, éjectées de la surface évaporante, dans l'air extérieur contactant cette surface. Il convient donc que nous rappelions d'abord les lois fondamentales de la diffusion d'un gaz dans un autre. En identifiant ensuite le premier gaz à la vapeur d'eau, le second gaz à l'air, nous obtiendrons de suite la loi première de l'évaporation de l'eau dans l'air.

Le problème de l'évaporation envisagé comme processus de diffusion moléculaire a toujours été traité en ne considérant que l'effet de diffusion dû à la non-uniformité de composition du mélange air-vapeur d'eau, c'est-à-dire en ne considérant que l'effet du gradient de la tension de vapeur d'eau (loi de DALTON). Or, CHAPMAN et COWLING (1952) dans leur ouvrage fondamental sur la théorie mathématique des gaz non uniformes montrent que la théorie complète de la diffusion impose aussi la considération de l'effet du gradient thermique (thermodiffusion). Nous transposerons cette théorie complète de la diffusion au mélange air-vapeur d'eau. Le résumé ci-après des lois générales de la diffusion s'inspire donc entièrement de l'ouvrage de CHAPMAN et COWLING. Un excellent exposé simplifié de la thermodiffusion dans les gaz est donné par GREW et IBBS (1952).

a) L'équation d'état des gaz. Sa forme moléculaire.

Considérons une masse d'un gaz parfait égale au poids moléculaire M de ce gaz exprimé en grammes. Cette masse gazeuse occupe à la pression p et à la température absolue T un certain volume V_M . On sait que ces trois grandeurs sont liées par la relation suivante, appelée l'équation d'état,

$$pV_M = R_u T, \quad (I.2)$$

R_u étant la constante universelle des gaz

$$R_u = 8,3144 \cdot 10^7 \text{ erg mol}^{-1} \text{ } ^\circ\text{K}^{-1}. \quad (\text{I.3})$$

Considérons maintenant une masse de 1 g de ce gaz dans les mêmes conditions de température et de pression. Le volume occupé par cette masse unitaire ou *volume spécifique* v vaut V_m/M . La relation (I.2) devient

$$pv = \frac{R_u}{M} T = RT. \quad (\text{I.4})$$

Cette relation peut encore s'écrire

$$p = \frac{1}{v} RT = \rho RT, \quad (\text{I.5})$$

ρ désignant la masse par unité de volume ou *masse spécifique* du gaz. La nouvelle constante R introduite s'appelle la *constante du gaz*. Pour l'air sec, mélange gazeux assimilable à un gaz parfait aux températures et aux pressions de la météorologie, on adopte la valeur suivante du poids moléculaire (ORGANISATION MÉTÉOROLOGIQUE INTERNATIONALE, 1951, p. 39)

$$M_a = 28,966. \quad (\text{I.6})$$

D'où

$$R_u(\text{C.G.S.}) = \frac{R_u}{M_a} = \frac{8,3144 \cdot 10^7}{28,966} = 2,8704 \cdot 10^6 \text{ erg g}^{-1} \text{ } ^\circ\text{K}^{-1}. \quad (\text{I.7a})$$

Si on exprime la pression en millibars ($1 \text{ mb} = 10^3 \text{ dynes/cm}^2$), la constante de l'air sec prend la valeur

$$R_a = 2,8704 \cdot 10^3. \quad (\text{I.7b})$$

La relation (I.5) exprime la forme macroscopique de l'équation d'état. Écrivons cette équation en fonction des grandeurs moléculaires de la théorie cinétique. Rappelons que cette théorie considère une masse ρ d'un gaz simple donné comme formée de n molécules par cm^3 , toutes identiques et de masse m , en mouvement chaotique d'agitation. Les propriétés de choc des molécules dépendent de leur forme, de leurs dimensions et de la nature du champ de force qui les entoure. La théorie des chocs dépend en un mot du *modèle moléculaire* adopté. Entre deux chocs consécutifs, chaque molécule se déplace librement, parcourant avec une vitesse uniforme C un chemin rectiligne de longueur l (libre parcours). Pour les gaz parfaits, les molécules sont assimilées à des sphères parfaitement élastiques de dimensions négligeables devant le libre parcours moyen.

L'interprétation de la masse spécifique ρ dans la théorie cinétique est immédiate : cette masse est égale à la masse d'une molécule multipliée par le nombre de molécules par cm^3 ,

$$\rho = n m. \quad (\text{I.8})$$

Le nombre n de molécules par cm^3 du gaz s'appelle le *nombre spécifique*. En remplaçant ρ par (I.8) dans (I.5) on obtient pour l'équation d'état

$$p = n m R T = \left(m \frac{R_u}{\mathbf{M}} \right) n T. \quad (\text{I.9})$$

Or, par définition, le poids moléculaire \mathbf{M} du gaz est le nombre pur

$$\mathbf{M} = 16 \frac{m}{m_0}, \quad (\text{I.10})$$

m_0 étant la masse de référence de l'atome d'oxygène,

$$m_0 = 2,657 \cdot 10^{-23} \text{ g}. \quad (\text{I.11})$$

En substituant l'expression (I.10) de \mathbf{M} dans (I.9) il vient

$$p = \left(\frac{m_0}{16} R_u \right) n T. \quad (\text{I.12})$$

La quantité entre parenthèses est une constante universelle que l'on désigne par k et appelée *constante de Boltzmann*. La valeur numérique de celle-ci est, avec les valeurs (I.3) de R_u et (I.11) de m_0 ,

$$k = \frac{m_0}{16} R_u = 1,3805 \cdot 10^{-46} \text{ erg } ^\circ\text{K}^{-1}. \quad (\text{I.13})$$

L'introduction de la constante k dans (I.12) conduit à la forme moléculaire de l'équation d'état des gaz

$$\boxed{p = k n T}. \quad (\text{I.14})$$

Lorsque la pression p est constante, le produit nT doit l'être également.

b) **La diffusion d'un gaz en conditions uniformes de pression totale et de température. Loi de FICK.**

Considérons un gaz 1 diffusant par chocs moléculaires dans un gaz 2 à travers un plan (x, y) , en conditions uniformes de pression et de température. Supposons acquise l'uniformité de composition du mélange gazeux dans le sens des axes x ou y , la composition de ce mélange variant seulement le long de l'axe orienté z , normal au plan (x, y) . Désignons par w_1 et w_2 les projections respectives sur oz de la vitesse moyenne des molécules m_1 et m_2 .

On démontre aisément (CHAPMAN et COWLING, 1952, p. 104) que le nombre net N_1 de molécules m_1 ayant traversé par seconde 1 cm² du plan $z = 0$, du côté négatif au côté positif, dans l'agitation chaotique moléculaire, s'exprime par une loi de la forme

$$N_1 = n_1 w_1 = -D_1 \frac{\partial n_1}{\partial z}, \quad (\text{I.15})$$

D_1 étant fonction des caractéristiques cinétiques du gaz 1 et n_1 étant le nombre spécifique du gaz 1 au niveau $z = 0$.

On démontre de même que le nombre net N_2 de molécules m_2 ayant traversé concomitamment le plan (xy) dans la direction opposée est

$$N_2 = -n_2 w_2 = D_2 \frac{\partial n_2}{\partial z}. \quad (\text{I.16})$$

Or, on considère qu'au cours du processus de diffusion la pression totale reste uniforme. La loi d'état (I.14) donne donc, si on la dérive par rapport à z ,

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0 = kT \frac{\partial(n_1 + n_2)}{\partial z}, \quad (\text{I.17})$$

T étant supposé constant avec z et le nombre spécifique du mélange n étant égal à $n_1 + n_2$. Il en résulte que

$$\frac{\partial n_1}{\partial z} = -\frac{\partial n_2}{\partial z}. \quad (\text{I.18})$$

Mais, d'autre part, la maintien au cours du processus de diffusion d'une valeur constante de la pression au niveau $z = 0$ impose la relation

$$N_1 = N_2 \quad (\text{I.19})$$

ou encore (I.15) et (I.16),

$$-D_1 \frac{\partial n_1}{\partial z} = D_2 \frac{\partial n_2}{\partial z}. \quad (\text{I.20})$$

La relation (I.18) conduit donc à écrire

$$D_1 = D_2 = D_{12}. \quad (\text{I.21})$$

Le coefficient D_{12} est appelé le *coefficient de diffusion mutuelle* des deux gaz. La relation (I.15) donne les dimensions de D_{12} . La quantité N_1 traduit un nombre pur par seconde et par cm^2 . Le gradient $\partial n_1 / \partial z$ exprime un nombre pur par cm^3 / cm . Le coefficient de diffusion, quotient de ces deux grandeurs, s'exprime donc en cm^2 / sec et a pour dimensions $L^2 T^{-1}$.

La relation (I.21) permet d'écrire, pour la forme moléculaire de la loi du transport par diffusion du gaz 1 dans le mélange,

$$\boxed{n_1 w_1 = -D_{12} \frac{\partial n_1}{\partial z}}. \quad (\text{I.22a})$$

Il est commode pour les applications, en météorologie notamment, de transformer les grandeurs moléculaires de la théorie cinétique des gaz en fonction des grandeurs macroscopiques mesurables comme la masse du gaz, sa pression, sa température, etc. Transformons dans ce sens la loi (I.22a). Multipliant ses deux membres par la masse m_1 de la molécule constituant le gaz 1, il vient

$$m_1 N_1 = -D_{12} \frac{\partial (n_1 m_1)}{\partial z}. \quad (\text{I.22b})$$

Le premier membre exprime la masse nette du gaz 1 diffusée à travers l'unité de surface du plan $z = 0$, par unité de temps. Nous symboliserons par \mathfrak{D} cette *densité du flux* de la masse diffusée. Remarquant que $n_1 m_1 = \rho_1$, on peut ainsi écrire

$$\boxed{\mathfrak{D}_1 = -D_{12} \frac{\partial \rho_1}{\partial z}}. \quad (\text{I.23})$$

Telle est la forme macroscopique de la loi du transport de la masse, par diffusion moléculaire d'un gaz dans un autre en *conditions isothermes*.

Dans cette loi, ρ_1 définit la masse du gaz 1 *par unité de volume*, autrement dit la *concentration* de la substance « masse ». La loi (I.23) se généralise à une substance S quelconque (masse, chaleur, mouvement, etc.) sous la forme

$$\mathfrak{D}_S = -D_S \frac{\partial C_S}{\partial z}, \quad (\text{I.24})$$

\mathfrak{D}_s étant la densité du flux de substance diffusée et C_s désignant la concentration de la substance. Le coefficient D_s s'appelle ici la *diffusivité* de la substance. Lorsque D_s est indépendant de z , la loi de transport (I.24) s'appelle la loi de FICK (1855) et la diffusion est dite *fickienne*.

La loi du transport par diffusion (I.23) peut encore être transformée autrement en faisant apparaître le gradient $\partial p_1/\partial z$ au lieu du gradient $\partial \rho_1/\partial z$. Reprenons la loi des gaz (I.5) pour le gaz 1

$$p_1 = \rho_1 R_1 T. \quad (I.25)$$

Écrivons cette loi en remplaçant la constante R_1 en fonction de la constante R_a de référence pour l'air sec. On a (I.7)

$$R_1 = \frac{R_u}{M_1} = \frac{M_a R_u}{M_1 M_a} = \frac{R_a}{d_1} \quad (I.26)$$

en posant

$$d_1 = \frac{M_1}{M_a}. \quad (I.27)$$

La grandeur d_1 définit la *densité* du gaz 1 par rapport à l'air sec. L'équation d'état (I.25) peut ainsi s'écrire

$$p_1 = \frac{\rho_1}{d_1} R_a T, \quad (I.28)$$

d'où

$$\rho_1 = \frac{d_1}{R_a T} p_1. \quad (I.29)$$

En remplaçant ρ_1 par son expression (I.29) dans l'équation du transport par diffusion (I.23), on obtient, puisque T ne varie pas avec z et peut sortir du signe de dérivation,

$$\mathfrak{D}_1 = - D_{12} \frac{d_1}{R_a T} \frac{\partial p_1}{\partial z} \quad (I.30)$$

Introduisons un nouveau coefficient de diffusion transformé, défini par

$$\boxed{(D_{12}) = \frac{p}{R_a T} D_{12}}. \quad (I.31)$$

Nous obtenons par (I.30) la loi du transport sous sa nouvelle forme

$$\mathfrak{D}_1 = - (D_{12}) \frac{d_1}{\rho} \frac{\partial p_1}{\partial z} . \quad (1.32)$$

c) Insuffisance de la loi fickienne de la diffusion dans les conditions micro-météorologiques normales.

Les lois de forme fickienne, comme la relation (I.22a) ou ses formes transformées (I.23) ou (I.32), expriment la proportionnalité de la vitesse de diffusion par unité de surface au gradient de la grandeur, cause de la diffusion. Cette proportionnalité découle directement des conditions admises : p et T constants avec la variation de z . Or, c'est un fait naturel général que des gradients thermiques, souvent importants et incessamment variables, se réalisent sous l'effet des phénomènes de rayonnement, d'évaporation, etc. dans les couches d'air considérées par la micrométéorologie. Ces gradients thermiques sont particulièrement élevés dans les couches limites très minces qui entourent les corps à la surface du sol (cf. infra). L'étude des processus d'établissement de ces gradients, l'étude de leurs effets, constituent d'ailleurs un des objectifs majeurs de la météorologie.

Cependant, on a coutume en météorologie d'appliquer en toute généralité des lois de diffusion de forme posée a priori fickienne. On considère ainsi comme négligeable le rôle joué par les gradients thermiques dans la diffusion de matière et notamment dans le phénomène d'évaporation, lequel consiste en une diffusion de vapeur d'eau dans l'air. L'application de lois fickiennes au sens large, à coefficient de diffusion fonction de la température et donc variable avec z , ne lève en rien la difficulté. En effet, dans la relation (I.22a) le coefficient D_{12} est en fait une fonction de la température découlant de la théorie des gaz et que nous préciserons plus loin. L'emploi de formes fickiennes strictes des lois de diffusion, formes posant les coefficients de diffusion constants avec T et z , ne peut qu'aggraver la non-validité des résultats déduits.

Certes, dans les problèmes de la diffusion de la chaleur, on fait intervenir fondamentalement le gradient thermique, cause même du transport des calories. Les systèmes des équations de base qui veulent traduire les interactions de diffusion de matière et de chaleur contiennent donc des incompatibilités. Ces systèmes conduisent à des solutions d'approximation pouvant être inconciliables avec les faits précis d'observation. On est ainsi placé devant cette alter-

native : ou bien considérer la validité des solutions déduites de lois fickiennes de la diffusion comme singulièrement réduite aux rares cas où l'approximation est justifiée par une quasi-isothermie, ou bien appliquer dorénavant une loi de la diffusion de matière, généralisée à l'existence d'un gradient thermique. Or, cette forme générale a été déduite par SYDNEY CHAPMAN en 1916 et 1917 dans sa théorie cinétique d'un gaz non uniforme. Cette généralisation de la loi de FICK a permis à CHAPMAN de prédire théoriquement l'effet nouveau de la *diffusion thermique*, découvert indépendamment par ENSKOG à la même époque. CHAPMAN (1955) a appliqué récemment sa loi générale de la diffusion au problème météorologique des variations de la composition de l'atmosphère aux hautes altitudes (cf. aussi LETTAU, 1951, p. 320 et MANGE, 1955, p. 153). Il ne semble pas que cette loi ait été appliquée jusqu'à présent aux problèmes de la micrométéorologie et de l'évaporation ⁽¹⁾.

d) **La diffusion d'un gaz en conditions de gradients de pression totale et de température. Loi de CHAPMAN.**

Considérons avec CHAPMAN (1955, p. 111) un gaz composé de deux constituants, les masses respectives des deux types de molécules étant m_1 et m_2 et admettons que $m_1 > m_2$. Supposons que l'état du gaz ne varie que dans la direction z , perpendiculaire à la surface plane à travers laquelle le gaz 1 diffuse dans le gaz 2. Pour tout plan de niveau z à travers lequel il n'y a pas de transport net de molécules, les nombres N_1 et N_2 des molécules respectives 1 et 2, diffusées par unité de temps et de surface, au niveau du plan z , sont égaux. Or, w_1 et w_2 représentant les composantes moyennes de la vitesse des molécules 1 et 2 sur l'axe oz et n_1, n_2 les nombres spécifiques, on a vu que (I.15) et (I.16)

$$N_1 = n_1 w_1, \quad N_2 = -n_2 w_2. \quad (I.33)$$

D'où la relation,

$$n_1 w_1 = -n_2 w_2. \quad (I.34)$$

Cela étant, CHAPMAN obtient pour le flux $n_1 w_1$, en présence cette fois non seulement d'un gradient de concentration $\partial n_1 / \partial z$ mais aussi

⁽¹⁾ Dans son magistral traité « *Micrometeorology* » synthétisant l'état actuel des problèmes de la micrométéorologie théorique, O. G. SURTON (1953, p. 111) résume en ces termes la situation que nous venons de commenter touchant les lois de la diffusion : « The molecular-diffusion coefficients are to a certain extent functions of temperature, etc. In most meteorological problems such variations may be ignored, and throughout this work molecular conduction and diffusion will be considered to be Fickian ».

de gradients coexistants $\partial p/\partial z$ et $\partial T/\partial z$ (CHAPMAN, 1955, p. 112; CHAPMAN et COWLING, 1952, p. 244),

$$n_1 w_1 = -n D_{12} \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{n_1}{n} \right) + \frac{n_1 n_2 (m_2 - m_1)}{n p \rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{k_T}{T} \frac{\partial T}{\partial z} \right]. \quad (\text{I.35a})$$

Dans cette équation p est la pression totale du mélange, somme des pressions partielles p_1 et p_2 , tandis que ρ désigne la masse spécifique du mélange, somme des masses spécifiques ρ_1 et ρ_2 relatives aux constituants 1 et 2 du mélange.

Le flux opposé $n_2 w_2$ du gaz 2 se traduit par une expression homologue

$$n_2 w_2 = -n D_{12} \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{n_2}{n} \right) + \frac{n_1 n_2 (m_1 - m_2)}{n p \rho} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{k_T}{T} \frac{\partial T}{\partial z} \right]. \quad (\text{I.35b})$$

En additionnant membre à membre les deux équations (I.35a) et (I.35b), on vérifie que l'on a bien (I.34) :

$$n_1 w_1 + n_2 w_2 = 0.$$

Dans les expressions (I.35), D_{12} est le coefficient de diffusion mutuelle des deux gaz défini par (I.21). Lorsque la pression et la température sont constants avec z , les deux termes en $\partial p/\partial z$ et en $\partial T/\partial z$ sont nuls. La relation (I.14) donne en plus

$$n = \frac{p}{kT} = c^{to}. \quad (\text{I.36})$$

On obtient alors

$$n_1 w_1 = -n D_{12} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{n_1}{n} \right) = -D_{12} \frac{\partial n_1}{\partial z}$$

et

$$n_2 w_2 = -n D_{12} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{n_2}{n} \right) = -D_{12} \frac{\partial n_2}{\partial z}.$$

On retrouve sous ces conditions les lois (I.15) et (I.16). La loi (I.35a) du transport par diffusion sous l'existence de gradients thermique et barique apparaît bien comme la généralisation de la loi (I.22a) applicable seulement en conditions d'isothermie et d'isobarie.

CHAPMAN (1955, p. 112) commente comme suit l'expression (I.35a). Le premier terme traduit la cause principale de la diffusion : le gradient de concentration ou la non-uniformité de composition du mélange. Cette part du flux de diffusion agit pour annuler le gradient et rendre la composition uniforme. Le second terme, correctif, fait fluer les molécules les plus lourdes vers les régions à plus

haute pression (cas de l'écrémeuse). La troisième cause, la plus remarquable, est celle du gradient thermique qui engendre un flux de diffusion thermique. Le coefficient k_T qui caractérise ce flux s'appelle le *rapport de thermodiffusion* (*thermal-diffusion ratio*). La direction de ce flux dépend du signe de k_T . Il est généralement tel que les molécules plus lourdes fluent vers les régions plus froides.

e) **Expression de la loi de CHAPMAN avec les grandeurs macroscopiques habituelles de la micrométéorologie.**

En vue de l'application de la loi (I.35a) aux problèmes de la micrométéorologie et de l'évaporation, cherchons à substituer les grandeurs macroscopiques habituelles de masse, température et pression, aux grandeurs moléculaires. Multiplions les deux membres de l'équation (I.35a) par m_1 . La quantité $m_1 n_1 w_1$ représente la masse nette \mathfrak{D}_1 du gaz 1 diffusée par unité de temps et de surface à travers un plan z quelconque. La loi (I.35a) devient

$$\mathfrak{D}_1 = -n D_{12} \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{n_1 m_1}{n} \right) + \frac{(n_1 m_1) n_2 (m_2 - m_1) \frac{\partial p}{\partial z}}{n p \rho} + m_1 \frac{k_T \frac{\partial T}{\partial z}}{T} \right]. \quad (\text{I.37})$$

Développant et remplaçant $n_1 m_1$ par ρ_1 , $n_2 m_2$ par ρ_2 , il vient

$$\mathfrak{D}_1 = -n D_{12} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho_1}{n} \right) - D_{12} \frac{\rho_1}{p \rho} (\rho_2 - n_2 m_1) \frac{\partial p}{\partial z} - n m_1 D_{12} \frac{k_T \frac{\partial T}{\partial z}}{T}. \quad (\text{I.38})$$

Calculons $n_2 m_1$ et $n m_1$. La relation (I.14) donne

$$n_2 = \frac{p_2}{kT} = \frac{p - p_1}{kT},$$

d'où

$$n_2 m_1 = \frac{(p - p_1) m_1 n_1}{k n_1 T} = - \left(\rho_1 - \frac{p}{p_1} \rho_1 \right). \quad (\text{I.39})$$

On trouve de même

$$n m_1 = \frac{p}{kT} m_1 = \frac{p}{k n_1 T} m_1 n_1 = \rho_1 \frac{p}{p_1}. \quad (\text{I.40})$$

Multiplions par T le numérateur et le dénominateur sous le signe « dérivée » du premier terme de (I.38). Remarquons que $nT = p/k$ et

remplaçons $n_2 m_1$ et $n m_1$ dans (I.38) par les valeurs trouvées (I.39) et (I.40). On obtient

$$\mathfrak{D}_1 = -D_{12} \frac{p}{T} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho_1 T}{p} \right) - D_{12} \frac{\rho_1}{p \rho} (\rho_2 + \rho_1 - \frac{p}{p_1} \rho_1) \frac{\partial p}{\partial z} - D_{12} \rho_1 \frac{p}{p_1} \frac{k_T}{T} \frac{\partial T}{\partial z}.$$

Le second terme se simplifie si l'on remarque que $\rho = \rho_1 + \rho_2$ et la relation précédente s'écrit

$$\mathfrak{D}_1 = -D_{12} \frac{p}{T} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho_1 T}{p} \right) - D_{12} \frac{\rho_1}{p} \left(1 - \frac{p}{p_1} \frac{\rho_1}{\rho} \right) \frac{\partial p}{\partial z} - D_{12} \rho_1 \frac{p}{p_1} \frac{k_T}{T} \frac{\partial T}{\partial z}. \quad (\text{I.41})$$

La dérivée au premier terme vaut

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho_1 T}{p} \right) = \frac{1}{p^2} \left[p \rho_1 \frac{\partial T}{\partial z} + p T \frac{\partial \rho_1}{\partial z} - \rho_1 T \frac{\partial p}{\partial z} \right] = \frac{T}{p} \frac{\partial \rho_1}{\partial z} - \rho_1 \frac{T}{p^2} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\rho_1}{p} \frac{\partial T}{\partial z}. \quad (\text{I.42})$$

En remplaçant dans (I.41) et en groupant les termes en $\partial \rho_1 / \partial z$, $\partial p / \partial z$ et $\partial T / \partial z$ on obtient finalement

$$\mathfrak{D}_1 = -D_{12} \frac{\partial \rho_1}{\partial z} + D_{12} \rho_1 \left(\frac{p \rho_1}{p_1 \rho} \right) \frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial z} - D_{12} \rho_1 \left(1 + \frac{p}{p_1} k_T \right) \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial z}. \quad (\text{I.43})$$

Poursuivons la transformation en faisant disparaître les masses spécifiques ρ_1 et ρ au profit des densités d_1 et d et des pressions p_1 et p , en appliquant la relation (I.29)

$$\rho_1 = \frac{d_1}{R_a T} p_1, \quad \rho = \frac{d}{R_a T} p. \quad (\text{I.44})$$

Remarquons en outre que

$$\frac{p \rho_1}{p_1 \rho} = \frac{d_1}{d}.$$

La relation (I.43) devient

$$\mathfrak{D}_1 = - \left(\frac{p}{R_a T} D_{12} \right) d_1 \frac{T}{p} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{p_1}{T} \right) + \left(\frac{p}{R_a T} D_{12} \right) \frac{d_1^2 p_1}{d p^2} \frac{\partial p}{\partial z} - \left(\frac{p}{R_a T} D_{12} \right) d_1 \left(\frac{p_1}{p} + k_T \right) \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial z}. \quad (\text{I.45})$$

Introduisons le coefficient de diffusion transformé (D_{12}) déjà défini par (I.31). Il vient finalement, en développant la dérivée du premier terme,

$$\mathfrak{D}_1 = - (D_{12}) \frac{d_1}{p} \left[\frac{\partial p_1}{\partial z} - \frac{d_1 p_1}{d} \frac{\partial p}{\partial z} + k_T \frac{p}{T} \frac{\partial T}{\partial z} \right]. \quad (\text{I.46})$$

Lorsque le gradient $\partial p / \partial z$ est nul, cette équation prend la forme plus simple

$$\mathfrak{D}_1 = - (D_{12}) \frac{d_1}{p} \left[\frac{\partial p_1}{\partial z} + k_T \frac{p}{T} \frac{\partial T}{\partial z} \right]. \quad (I.47a)$$

En partant de l'expression (I.35b), on obtiendrait de même pour la densité \mathfrak{D}_2 du flux de masse du gaz 2 diffusée à travers le plan z

$$\mathfrak{D}_2 = - (D_{12}) \frac{d_2}{p} \left[\frac{\partial p_2}{\partial z} - k_T \frac{p}{T} \frac{\partial T}{\partial z} \right]. \quad (I.47b)$$

Nous allons appliquer les lois précises (I.47) à la diffusion de la vapeur d'eau dans l'air, c'est-à-dire au problème de l'évaporation.

3. L'ÉVAPORATION A L'AIR LIBRE PAR DIFFUSION MOLÉCULAIRE DANS LA COUCHE LIMITE

a) Loi de la diffusion de la vapeur d'eau dans la couche limite.

Dans une couche très mince au voisinage d'une surface lisse et uniforme qui évapore, le mouvement des molécules d'air dû au vent est rendu laminaire par un pur effet de viscosité. La vitesse de l'air y est parallèle à la surface et y décroît suivant la normale, de haut en bas, pour atteindre nécessairement zéro au niveau même de la surface.

Considérons un plan de niveau z parallèle à la surface s qui évapore, z mesurant la distance à la surface comptée sur la normale oz orientée positivement vers le haut (fig. 1). Plaçons-nous dans le cas le plus simple où seules interviennent les variations du phénomène d'évaporation dans le sens oz , tenant pour négligeables les variations dans le sens ox ou oy sur le plan s . On peut considérer que la pression totale p reste constante dans le processus de la diffusion moléculaire de vapeur d'eau dans l'air humide de la couche limite. C'est donc la forme simplifiée (I.47) de la loi générale de la diffusion qui est ici d'application.

Comme on a $m_a > m_v$, nous devons choisir pour le gaz 2, plus léger, la vapeur d'eau. Reprenons donc la relation (I.47b) et remplaçons-y la densité de flux \mathfrak{D}_2 par \mathfrak{D}_v , densité du flux de la masse de vapeur d'eau traversant le plan de niveau z dans la couche limite. Remplaçons également le coefficient transformé (D_{12}) par le coefficient correspondant (D_v) de la diffusion de la vapeur d'eau dans l'air

extérieur. Celui-ci vient en contact avec la surface et son humidité s'accroît de la vapeur d'eau diffusée par la surface évaporante. Remarquons enfin que la pression partielle p_2 du gaz 2 devient maintenant e , tension actuelle de la vapeur d'eau dans l'air au niveau z ,

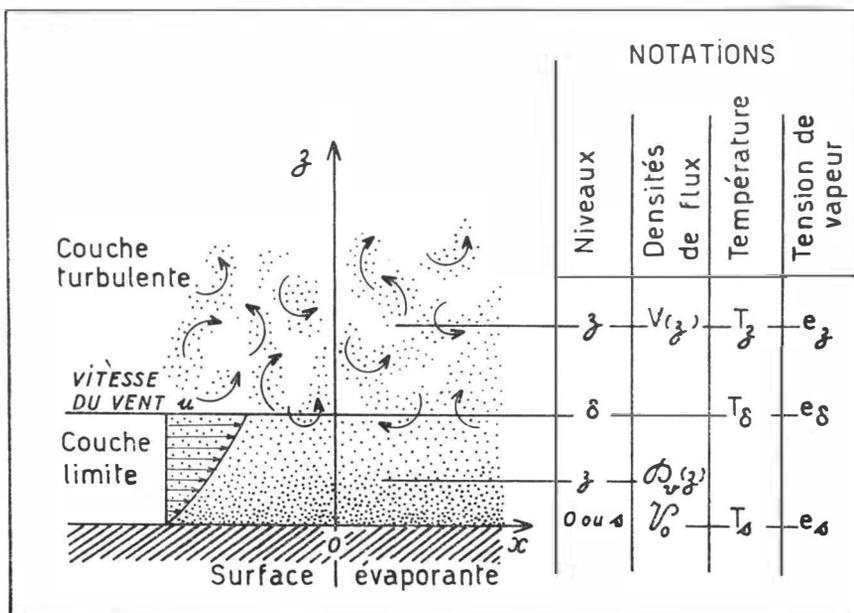


FIG. 1. — La diffusion moléculaire de la vapeur dans la couche limite et son transport dans la couche turbulente.

et que d_2 , densité du gaz 2, devient celle de la vapeur d'eau par rapport à l'air sec (O.M.I., 1951, p. 21),

$$\epsilon = \frac{M_v}{M_a} = \frac{18,016}{28,966} = 0,622. \quad (I.48)$$

Nous obtenons ainsi pour l'équation fondamentale de la diffusion de vapeur d'eau dans la couche limite

$$\mathfrak{D}_v = - (D_v) \frac{\epsilon}{p} \left[\frac{\partial e}{\partial z} - k_{T_v} \frac{p}{T} \frac{\partial T}{\partial z} \right], \quad (I.49)$$

k_{T_v} désignant ici le rapport de thermodiffusion de la vapeur d'eau dans l'air. Nous proposons d'appeler k_{T_v} le rapport de thermovaporation.

La densité du flux de vapeur d'eau diffusée ou encore la vitesse d'évaporation peut encore être exprimée comme suit par (I.43), écrite

pour p_2 c'est-à-dire avec k_T changé de signe, en fonction de la masse spécifique ρ_v de la vapeur ou *concentration volumique de la vapeur* dans l'air,

$$\mathfrak{D}_v = - D_v \left[\frac{\partial \rho_v}{\partial z} + \rho_v \left(1 - \frac{p}{e} k_{Tv} \right) \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial z} \right]. \quad (1.50)$$

Dans cette équation, D_v représente le *coefficient de diffusion moléculaire de la vapeur d'eau dans l'air*.

b) **Le coefficient de diffusion de la vapeur d'eau dans l'air.**

Étudions la dépendance des coefficients D_v ou (D_v) en fonction des causes qui les déterminent. D'abord, la théorie cinétique des gaz non uniformes établit que le coefficient de diffusion mutuelle D_{12} de deux gaz ne dépend pas en première approximation des proportions du mélange dans lequel s'effectue la diffusion. Même en seconde approximation, la variation de D_{12} avec ces proportions reste faible dans le cas le plus défavorable où les masses m_1 et m_2 deviennent très inégales (CHAPMAN et COWLING, 1952, pp. 245-247). Pour la vapeur d'eau et l'air, on peut négliger entièrement les variations de D_v avec les proportions de vapeur d'eau diffusée et d'air à humidifier. Il en résulte que le coefficient D_v est indépendant de l'humidité de l'air. On démontre aussi que D_{12} est inversement proportionnel à la pression totale p quel que soit le modèle moléculaire utilisé dans la théorie. La dépendance de D_{12} à la température est au contraire fonction de ce modèle. On adopte pour les gaz ordinaires une loi de la forme (BOYNTON and BRATTAIN, I.C.T., V, 1929, p. 62)

$$D = D_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^n \frac{p_0}{p}, \quad (1.51)$$

p_0 et T_0 étant la pression et la température standard de la diffusivité de référence D_0 .

Pour la vapeur d'eau diffusant dans l'air, MONTGOMERY (1947), dans une revision des meilleures valeurs expérimentales de n et de D_0 ($T_0 = 273,16$ et $p_0 = 1.000$ mb), retient pour D l'expression

$$D_v = 0,226 \left(\frac{T}{273} \right)^{4,81} \frac{1.000}{p} \text{ cm}^2/\text{sec}. \quad (1.52)$$

Le coefficient de diffusion transformé (D_v) de la loi (I.49) est donné en fonction de D_v par la relation (I.31)

$$(D_v) = \frac{p}{R_a T} D_v. \quad (1.53)$$

Or, l'équation d'état (I.5), appliquée à l'air sec, donne

$$p_0 = \rho_0 R_a T_0. \quad (I.54)$$

D'où

$$\frac{p}{R_a T} = \rho_0 \frac{p}{p_0} \frac{T_0}{T}, \quad (I.55)$$

ρ_0 étant la masse spécifique de l'air à 0° C et à la pression de référence $p_0 = 1.000 \text{ mb}$ (MONTGOMERY, 1947, p. 194),

$$\rho_0 = 1,2761 \cdot 10^{-3} \text{ g/cm}^3. \quad (I.56)$$

En remplaçant $p/R_a T$ dans (I.53) par sa valeur (I.55) et tenant compte de (I.51), on obtient pour l'expression du coefficient de diffusion transformé des gaz ordinaires

$$(D) = \rho_0 D_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{n-1}. \quad (I.57)$$

Cette relation donne en particulier pour la diffusion de la vapeur d'eau dans l'air, en remplaçant ρ_0 par sa valeur (I.56), D_0 par 0,226 et n par 1,81 (I.52),

$$(D_v) = 0,2884 \cdot 10^{-3} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{0,81}. \quad (I.58)$$

La loi fondamentale (I.49) de la diffusion de vapeur d'eau dans la couche limite s'écrit, avec ces expressions des coefficients de diffusion,

$$\mathfrak{D}_v = -0,2884 \cdot 10^{-3} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{0,81} \left[\frac{\epsilon}{p} \frac{\partial e}{\partial z} + k_{Tv} \frac{\epsilon}{T} \frac{\partial T}{\partial z} \right], \quad (I.59)$$

en utilisant la forme (I.49) et

$$\mathfrak{D}_v = -0,226 \cdot 10^{-3} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{1,81} \left[\frac{1}{p} \frac{\partial p_v}{\partial z} + \rho_v \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{e} k_{Tv} \right) \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial z} \right], \quad (I.60)$$

en adoptant la forme (I.50).

Les relations équivalentes (I.59) ou (I.60) traduisent la loi de la diffusion de la vapeur d'eau dans la couche limite. Une intégration dans cette couche le long de z va introduire l'évaporation \mathfrak{Q}_v , flux de vapeur émis par la surface, par unité de temps et de surface.

c) L'épaisseur δ de la couche limite.

L'épaisseur de la couche limite au-dessus d'une surface plane, homogène et parfaitement lisse, est définie par le niveau statistique moyen du plan $z = \delta$ parallèle à la surface, plan qui sépare la couche limite de la couche turbulente qui la surmonte (cf. 5, p. 41 et fig. 1).

Désignons par u la composante de la vitesse du vent, parallèle à la surface évaporante et mesurée dans l'air libre, juste au-dessus du niveau supérieur de la couche limite. La théorie et l'expérience établissent que l'épaisseur de la couche limite diminue avec u selon une fonction de la forme

$$\delta = c^{te} \left(\frac{l}{u} \right)^n \simeq c^{te} \left(\frac{l}{u} \right)^{1/2}, \quad (I.61)$$

l étant la longueur de la surface évaporante dans la direction de la vitesse u et l'exposant $n = 1/2$ étant généralement adopté pour des surfaces planes, parallèles à u (LEIGHLY, 1937, p. 192). Cette valeur $n = 1/2$ est en effet déduite de la théorie et a été souvent confirmée expérimentalement. Ainsi, on montre par voie purement théorique qu'à la distance x du bord d'attaque par le vent de la surface plane, l'épaisseur de la couche limite est donnée par

$$\delta = 3,464 \sqrt{\frac{\nu x}{u}} \text{ cm}, \quad (I.62)$$

ν étant la viscosité cinématique de l'air (SUTTON, 1953, p. 53). Celle-ci vaut à 20° C : 0,153 cm² sec⁻¹. Pour $x = 1,7$ cm, $u = 300$ cm/sec, on trouve que δ vaut à peu près 1 mm.

Certains auteurs ont toutefois obtenu pour n des valeurs expérimentales qui diffèrent de 1/2. Pour une nappe d'eau, RAMDAS et RAMAN (1945) ont établi que δ décroît de 0,080 à 0,025 cm lorsque u augmente de 0,5 à 2,5 m/sec.

d; L'expression de l'évaporation pour une surface de grande étendue.

Reprenons l'équation (I.49) et intégrons-la pour z variant entre sa valeur 0 au niveau même s de la surface évaporante et sa valeur δ au niveau supérieur de la couche limite. Il vient

$$\int_0^\delta \mathfrak{D}_v dz = - \frac{\varepsilon}{p} \int_0^\delta (D_v) \frac{\partial e}{\partial z} dz + \varepsilon \int_0^\delta (D_v) k_{T_v} d \log_e T. \quad (I.63)$$

En effet, e , T , (D_v) , k_{T_v} , \mathfrak{D}_v sont des fonctions de z seul, variable indépendante, et l'équation différentielle (I.49) est de la forme $Z(z)dz = 0$ qui a pour intégrale générale $\int_{\tau_0}^z Z(z)dz = C^{te}$.

Lorsque l'état permanent s'est établi, la densité du flux de la diffusion de la vapeur d'eau au niveau z , $\mathfrak{D}_v(z)$, peut être considérée comme constante le long de l'axe oz , dans la couche limite relative à toute région suffisamment éloignée des bords, quand on suppose

que la surface jouit d'une grande étendue vis-à-vis de δ . En effet, les variations dans le sens ox peuvent alors être posées nulles. La vapeur d'eau entraînée latéralement par le mouvement laminaire de l'air dans le sens ox au niveau z reste constante le long de ox . L'entrée latérale de vapeur d'eau au niveau z est compensée par la sortie latérale de la même quantité. La vapeur se conservant, il en résulte que l'on peut écrire

$$\mathfrak{D}_v(z) = \mathfrak{D}_s \text{ ou } \mathfrak{D}_0, \quad (\text{I.64})$$

en désignant par \mathfrak{D}_s ou \mathfrak{D}_0 l'évaporation au sens strict : densité du flux net de la vapeur d'eau diffusée dans l'air au niveau même de la surface qui évapore. \mathfrak{D}_0 s'appelle encore la *vitesse d'évaporation* par unité de surface. Remplaçons $\mathfrak{D}_v(z)$ par \mathfrak{D}_0 dans le premier membre de (I.63) et faisons sortir \mathfrak{D}_0 constant du signe «intégrale». Remarquons que (D_v) et k_{T_v} varient avec z . Faisons les sortir également du signe «intégrale» par le théorème de la moyenne. On obtient ainsi

$$\mathfrak{D}_0 \delta = - \frac{\varepsilon}{\rho} (\overline{D_v})^1 (e_s - e_\delta) + \varepsilon (\overline{D_v})^2 \overline{k_{T_v}} (\log_e T_\delta - \log_e T_s), \quad (\text{I.65})$$

$(\overline{D_v})^1$ et $(\overline{D_v})^2$ étant des valeurs moyennes, d'ailleurs différentes, de (D_0) dans la couche. L'expression (I.65) donne pour \mathfrak{D}_0

$$\mathfrak{D}_0 = \varepsilon (\overline{D_v})^1 \frac{1}{\rho} \frac{e_s - e_\delta}{\delta} - \varepsilon (\overline{D_v})^2 \overline{k_{T_v}} \frac{\log_e T_s - \log_e T_\delta}{\delta}. \quad (\text{I.66})$$

Telle est l'expression de l'évaporation d'une surface étendue. Le premier terme de \mathfrak{D}_0 est le terme classique daltonien. Nous appellerons ce terme la *tensioévaporation*. Le second terme, nouveau, traduit l'effet de thermodiffusion. Nous proposons de l'appeler la *thermoévaporation*.

e) Expression approchée de l'évaporation d'une surface de grande étendue.

La formule (I.66) peut s'écrire sous une forme pratique plus commode en consentant aux diverses approximations ci-après.

Remarquons d'abord que l'expression de (D_v) (I.58) se ramène à la forme linéaire en T

$$(D_v) = (D_0) + (D_1) T, \quad (\text{I.67})$$

en adoptant pour $(T/T_0)^{0,81}$ l'expression approchée

$$\left(\frac{T}{T_0}\right)^{0,81} \simeq 0,2035 - 0,002916 T \quad (I.68a)$$

ou l'expression équivalente

$$\left(\frac{T}{T_0}\right)^{0,81} \simeq 1 + 0,002916 t^\circ. \quad (I.68b)$$

On obtient ainsi pour la forme linéaire approchée de (D_v)

$$(D_v) \simeq 10^{-4} (0,5867 + 0,008410 T) \quad (I.69a)$$

ou

$$(D_v) \simeq 10^{-4} (2,884 + 0,008410 t^\circ). \quad (I.69b)$$

Le tableau II montre l'excellence de cette loi linéaire approchée quand la température varie de 0 à 50° C.

TABLEAU II.

Comparaison entre les valeurs exactes et approchées de $(D_v)10^4$.

Température °C	0	10	20	30	40	50
(D_v) (I.58)	2,884	2,969	3,054	3,138	3,221	3,304
(D_v) (I.69)	2,884	2,968	3,052	3,137	3,221	3,304

Une seconde approximation consiste à admettre comme assez voisines les valeurs moyennes 1 et 2 de (\bar{D}_v) sorties des intégrales au second membre de (I.63)

$$(\bar{D}_v)^1 \simeq (\bar{D}_v)^2 \simeq (\bar{D}_v). \quad (I.70)$$

Il est naturel de choisir pour (\bar{D}_v) sa valeur (I.69a) relative à la température absolue moyenne dans la couche limite

$$\bar{T} = \frac{1}{2} (T_s + T_\delta). \quad (I.71)$$

L'étude attentive de cette approximation exigerait la connaissance de la loi de variation $T = T(z)$ dans la couche limite. Nous ne pouvons résoudre ce problème pour l'instant.

Une troisième approximation consiste dans la relation

$$\frac{\log_e T_s - \log_e T_\delta}{\delta} \simeq \frac{1}{\bar{T}} \frac{T_s - T_\delta}{\delta}. \quad (I.72)$$

L'expression exacte (I.66) prend ainsi la forme simplifiée pratique

$$\mathfrak{W}_0 = \varepsilon (\bar{D}_v) \left[\frac{1}{p} \frac{e_s - e_\delta}{\delta} - \frac{\bar{k}_{Tv}}{T} \frac{T_s - T_\delta}{\delta} \right]. \quad (I.73)$$

En remplaçant δ par une loi en u de la forme (I.61)

$$\delta = C u^{-n} \quad (I.74)$$

et (\bar{D}_v) par sa forme linéaire (I.67), on obtient finalement

$$\mathfrak{W}_0 = \varepsilon C [(D_0) + (D_1) \bar{T}] u^n \left[\frac{1}{p} (e_s - e_\delta - \frac{k_{Tv}}{T} (T_s - T_\delta)) \right]. \quad (I.75)$$

f) Expression de l'évaporation d'une petite surface.

Lorsque les dimensions de la surface qui évapore deviennent assez petites pour que cesse d'être légitime l'hypothèse de l'uniformisation selon les axes ox et oy des processus de diffusion dans la couche limite, le problème de l'évaporation se pose à trois dimensions. Les effets de bord deviennent appréciables. L'évacuation latérale ou normale de la vapeur d'eau varie avec la position (x, y) sur la surface. La relation (I.64) n'est plus valable et l'expression (I.66) de \mathfrak{W}_0 qui en découle n'est plus applicable. L'expression théorique de \mathfrak{W}_0 peut toutefois s'écrire, comme point de départ du problème, en utilisant la relation (I.49) au niveau même $z = 0$ de la surface

$$\mathfrak{W}_0(xy) = -(D_v)_s \frac{\varepsilon}{p} \left[\left(\frac{\partial e}{\partial z} \right)_s + k_{Tv,s} \frac{p}{T_s} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_s \right]. \quad (I.76)$$

g) Signe et ordre de grandeur du rapport de thermovaporisation. Le facteur de thermovaporisation.

Discutant le signe de k_T en fonction du modèle moléculaire des gaz 1 et 2, CHAPMAN et COWLING (p. 253) concluent que, pour la plupart des gaz réels, le signe de k_T est celui de $m_1 - m_2$. Il en résulte alors d'après (I.47a) et (I.47b) que le gaz le plus lourd diffuse par thermodiffusion vers les régions les plus froides, l'inverse ayant lieu pour le gaz le plus léger. En effet, supposons $m_1 > m_2$ donc $k_T > 0$. Admettons $\partial T / \partial z > 0$, c'est-à-dire une croissance de la température dans le sens oz . Le terme $k_T \frac{p}{T} \frac{\partial T}{\partial z}$ de l'équation (I.47a) est

alors positif. La contribution $-(D_{12}) k_T \frac{d_1}{T} \frac{\partial T}{\partial z}$ de la thermodiffusion à la diffusion totale \mathfrak{D}_1 devient donc négative. Les molécules m_1 plus lourdes fluent ainsi dans le sens négatif $\overrightarrow{z_0}$, c'est-à-dire vers les régions plus froides. La littérature ne fournit pas à notre connaissance de données expérimentales touchant k_{Tv} . Comme nous avons assimilé le gaz 2 à la vapeur d'eau et le gaz 1 à l'air, $m_1 - m_2$ est positif et on doit conclure que dans la relation (I.49) on a

$$k_{Tv} > 0 \quad (I.77)$$

si la règle générale s'applique.

L'expression traduisant k_T en première approximation en fonction des nombres spécifiques n_1, n_2 et des paramètres propres aux molécules m_1 et m_2 montre que k_T peut être posé proportionnel à n_2/n lorsque n_2 est petit par rapport à n_1 ($n = n_1 + n_2$) (CHAPMAN et COWLING, 1952, p. 253). Or, c'est le cas pour la vapeur d'eau dans l'atmosphère. D'après (I.14), le rapport n_2/n_1 est en effet égal à

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{e/kT}{(p-e)/kT} = \frac{e}{p-e}. \quad (I.78)$$

On peut considérer que les tensions de vapeur réalisées à la surface des corps naturels évaporants ne dépassent généralement pas la tension maxima correspondant à environ 35° C, soit 56 mb. La pression totale p étant de l'ordre de 1.000 mb, n_2/n_1 est au maximum de l'ordre de 0,05. Il en résulte que la règle d'approximation s'appliquant,

$$k_{Tv} \propto \frac{n_2}{n} = \frac{e}{p}. \quad (I.79)$$

On a trouvé utile d'introduire, en 1939, dans l'étude de la thermodiffusion un facteur α défini par

$$k_T = \frac{n_1 n_2}{n^2} \alpha, \quad (I.80a)$$

ce facteur α , appelé le *facteur de thermodiffusion*, ayant l'avantage de varier peu avec la composition du mélange gazeux au cours de la diffusion (CHAPMAN et COWLING, 1952, p. 399). Par ailleurs, comme k_T , α est presque indépendant de la température. Dans le cas du mélange vapeur d'eau-air, on peut écrire

$$k_{Tv} = \frac{e}{p} \cdot \frac{p-e}{p} \alpha_v = \frac{e}{p} \left(1 - \frac{e}{p}\right) \alpha_v \quad (I.80b)$$

α_v étant ici le *facteur de thermovaporisation*.

En remplaçant k_{T_v} par $\frac{e}{p} \left(1 - \frac{e}{p}\right) \alpha_v$ dans les relations (I.49) et (I.50), on obtient les expressions ci-après de la densité du flux de diffusion de la vapeur d'eau dans la couche limite :

1° En fonction de la tension de vapeur,

$$\mathfrak{D}_v = - (D_v) \frac{\varepsilon}{p} \left[\frac{\partial e}{\partial z} - \left(1 - \frac{e}{p}\right) \alpha_v \frac{e}{T} \frac{\partial T}{\partial z} \right] ; \quad (\text{I.81})$$

2° En fonction de la concentration de la vapeur,

$$\mathfrak{D}_v = - D_v \left[\frac{\partial \rho_v}{\partial z} + \rho_v \right] - \left(1 - \frac{e}{p}\right) \alpha_v \left[\frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial z} \right] . \quad (\text{I.82})$$

De même, la relation (I.75) donne pour l'expression approchée de l'évaporation d'une surface étendue

$$\mathfrak{D}_0 = \varepsilon C [(D_0) + (D_1) \bar{T}] u^n \frac{1}{p} \left[(e_s - e_\delta) - \left(1 - \frac{e}{p}\right) \alpha_v \left(\frac{e}{T}\right) (T_s - T_\delta) \right] . \quad (\text{I.83})$$

D'autre part, la relation (I.76) fournissant \mathfrak{D}_0 pour une surface limitée et en un point (xy) s'écrit

$$\mathfrak{D}_0(xy) = - [(D_0) + (D_1) T_s] \frac{\varepsilon}{p} \left[\left(\frac{\partial e}{\partial z}\right)_s - \left(1 - \frac{e_s}{p}\right) \alpha_v \frac{e_s}{T_s} \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_s \right] . \quad (\text{I.84})$$

h) Conséquences de la thermovaporisation. Erreur de la formule classique.

L'expression complète de la diffusion de vapeur d'eau est donnée par (I.81)

$$\mathfrak{D}_v = - (D_v) \frac{\varepsilon}{p} \frac{\partial e}{\partial z} + (D_v) \frac{\varepsilon}{p} \left(1 - \frac{e}{p}\right) \alpha_v \frac{e}{T} \frac{\partial T}{\partial z} . \quad (\text{I.85})$$

Le premier terme en $\partial e / \partial z$ est le terme classique donnant la valeur approchée \mathfrak{D}_{va} de la diffusion. L'erreur commise en négligeant la thermovaporisation est donc

$$\Delta \mathfrak{D}_v = \mathfrak{D}_v - \mathfrak{D}_{va} = + (D_v) \frac{\varepsilon}{p} \left(1 - \frac{e}{p}\right) \alpha_v \frac{e}{T} \frac{\partial T}{\partial z} . \quad (\text{I.86})$$

Cette erreur est minimum en régions climatiques froides, à tension de vapeur faible et à gradients thermiques dans les couches limites généralement plus atténués. Elle est au contraire maximum pour les surfaces humides des régions tropicales à haute insolation. Il faut donc s'attendre à un moins bon accord, en régions tropicales, entre les faits d'observation touchant l'évaporation et les valeurs théoriques calculées à partir de formules pratiques ignorant la thermovaporisation. L'expression (I.86) montre que si α_v est positif, l'erreur commise est positive lorsque $\partial T/\partial z$ est positif (cas du psychromètre); la loi classique sousestimerait l'évaporation. Au contraire, quand $\partial T/\partial z$ est négatif, la température diminuant du niveau s au niveau ∂ , l'erreur est négative; la loi classique surestimerait ici l'évaporation.

L'effet de thermovaporisation entraîne de nombreuses conséquences en micrométéorologie et en écologie, si α_v se voit assigner ultérieurement un ordre de grandeur suffisant. Remarquons simplement ici que les expressions (I.83) ou (I.84) de l'évaporation montrent que de l'évaporation vraie ($\varpi_0 > 0$) ou de la condensation ($\varpi_0 < 0$) peuvent se produire pour une surface, même si le gientrad de la tension de vapeur est rigoureusement nul, pourvu qu'un gradient thermique positif ou négatif soit réalisé au-dessus de la surface. Ces phénomènes peuvent même se produire lorsque le gradient de tension de vapeur prend un sens opposé à celui créant normalement le phénomène, pourvu que le gradient thermique ait une valeur et un signe convenables. De même, l'évaporation d'une surface humide pourra être rigoureusement annulée en présence d'un gradient non nul de la tension de vapeur lorsque l'effet de ce gradient sera exactement contrebalancé par la réalisation d'un effet opposé de thermovaporisation.

i) **Ordre de grandeur de l'évaporation dans la couche limite. Unités pratiques.**

Dans la pratique, l'unité C.G.S. ($g/cm^2 \cdot sec$) n'est pas commode pour l'expression de l'évaporation. La hauteur de la lame d'eau évaporée par unité de temps offre la grandeur la plus immédiatement parlante à l'esprit pour la comparaison de vitesses d'évaporation. En effet, ce mode d'expression est indépendant de l'aire qui évapore, contrairement aux expressions en masse ou en volume d'eau évaporé, lesquelles exigent la considération d'une aire de référence. Comme 1 g ou 1 cm^3 d'eau évaporé par cm^2 correspond à 10 mm de lame d'eau d'évaporation, on obtient pour la relation de conversion en mm/heure

$$1 \text{ mm/h} = \frac{1}{36.000} \text{ g/cm}^2 \text{ sec.} \quad (I.87)$$

Reprenons la loi de l'évaporation (I.84). Désignant par $\mathfrak{V}'_0(xy)$ l'évaporation exprimée en mm/heure, cette loi entraîne

$$\mathfrak{V}'_0(xy) = - 3,6 \cdot 10^4 [(D_0) + (D_1) T_s] \frac{\epsilon}{p} \left[\left(\frac{\partial e}{\partial z} \right)_s - \left(1 - \frac{e}{p} \right) \alpha_v \frac{e_s}{T_s} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_s \right]. \quad (\text{I.88})$$

D'où, en utilisant les valeurs numériques (I.69a) des coefficients (D_0) et (D_1) ,

$$\mathfrak{V}'_0(xy) = - (2,112 + 0,03028 T_s) \frac{\epsilon}{p} \left[\left(\frac{\partial e}{\partial z} \right)_s - \left(1 - \frac{e}{p} \right) \alpha_v \frac{e_s}{T_s} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_s \right]. \quad (\text{I.89})$$

Calculons l'ordre de grandeur de $\mathfrak{V}'_0(xy)$ sur un exemple. Supposant $\partial T/\partial z$ nul pour simplifier, pour $T_s = 273^\circ 16 + 30^\circ$, $p = 1.000$ mb et admettant

$$- \left(\frac{\partial e}{\partial z} \right)_s = \frac{e_s - e_s}{\delta(xy)} = \frac{5 \text{ mb}}{0,1 \text{ cm}} = 50, \quad (\text{I.90})$$

on trouve

$$\mathfrak{V}'_0(xy) = 11,292 \cdot \frac{0,622}{1000} \cdot 50 = 0,35 \text{ mm/h.} \quad (\text{I.91})$$

Cet ordre de grandeur, réalisable normalement dans les conditions naturelles, est atteint à cause du gradient élevé dans la couche limite mince : en l'occurrence, un gradient de tension de vapeur de 5 mb par mm.

4. LES DEUX ASPECTS DE L'ÉVAPORATION : MICROPHYSIQUE LOCAL ET GÉOPHYSIQUE GLOBAL

La loi (I.84) traduit l'aspect microphysique fondamental de toute évaporation — la sortie de vapeur par diffusion moléculaire — et fournit le système des causes les plus élémentaires conditionnant cette sortie. Ces causes sont : 1^o la température absolue dans la couche limite au voisinage immédiat de la surface évaporante, 2^o la pression atmosphérique, 3^o la différence entre les tensions de vapeur régnant à la surface et au niveau supérieur de la couche limite et enfin, 4^o la vitesse du vent qui modifie l'épaisseur de la couche limite et qui détermine l'importance des gradients superficiels de tension de vapeur et de température.

Or, du point de vue strictement déterministe, la solution apportée au problème de l'évaporation, par l'analyse des causes de la diffusion de la vapeur d'eau dans la couche limite, n'est pas complète. Sous l'angle rationnel, la solution idéale serait celle qui réussirait à traduire l'évaporation en fonction de causes purement externes et de conditions propres au corps et à la surface qui évaporent.

Nous entendons par causes externes pures les éléments météorologiques, non essentiellement déterminés par le phénomène d'évaporation lui-même comme le sont ceux considérés dans la couche limite, mais qui au contraire conditionnent le phénomène. Comme exemple de telles causes, citons la température et l'humidité de l'air extérieur, la vitesse du vent dans l'air libre et le rayonnement solaire chauffant la surface évaporante.

Par les conditions propres au corps et à la surface, nous voulons signifier diverses propriétés physiques de la matière humectée, à l'intérieur du corps et à sa surface, propriétés qui déterminent la rétention du corps pour l'eau et, par conséquent, la probabilité d'éjection dans l'air de molécules d'eau libérées à la surface. Au fur et à mesure que se poursuit l'évaporation sous l'action des causes externes, la surface se dessèche et de l'eau est amenée par capillarité de l'intérieur du corps vers la surface.

Posé sous cet angle déterministe strict, le problème de l'évaporation consisterait, connaissant l'état initial d'humidification du corps, à exprimer l'évolution de l'évaporation en fonction des causes météorologiques externes et de paramètres propres au corps lui-même. Ainsi énoncé, le problème de l'évaporation soulève de grosses difficultés théoriques et n'est pas abordable rationnellement avec la généralité désirable.

La solution apportée par l'étude de la diffusion de la vapeur d'eau dans la couche limite ignore les propriétés internes ou de surface. Elle combine en une expression la vitesse du vent et les gradients de tension de vapeur ou de température, gradients qui *constatent* l'activité de la sortie de la vapeur et la vitesse d'évacuation de celle-ci par diffusion moléculaire. Sous l'angle déterministe, cette solution est imparfaite, les gradients considérés résultant directement de l'évaporation elle-même et des causes externes. En outre, au point de vue géophysique pratique, le caractère microphysique de la solution restreint singulièrement son intérêt. Nous allons mettre ce fait mieux en lumière.

Considérons l'étendue naturelle évaporante offerte par tel paysage. Analysée dans sa structure de détail, la surface mathématique d'application de la loi (I.84) pour l'étendue considérée apparaît comme formée de l'infinité des surfaces extrêmement hétérogènes

et propres à tous les corps très divers composant le paysage : feuilles et tiges des végétaux, rochers, agrégats superficiels des particules du sol, nappes d'eau libre ondulant sous le vent, etc. En chaque point de ces innombrables surfaces particulières, la vitesse d'évaporation est déterminée par le complexe des causes naturelles élémentaires, fixé par la loi (I.84). Or, ce complexe change de point en point avec l'hétérogénéité de structure de ces surfaces et avec la variation des conditions d'exposition aux éléments microclimatiques. A ce changement spacial se superpose encore pour chaque point une variation dans le temps avec le mouvement du soleil, avec les déplacements dus au vent, avec le type de temps, etc. Ainsi, à chaque instant t , la vitesse d'évaporation moyenne au-dessus de l'étendue considérée apparaît bien, sous l'angle du déterminisme primitif des faits, comme résultant de l'intégration de la fonction (I.84) pour toutes les innombrables surfaces particulières qui composent l'étendue. Or, il est évidemment impossible de déterminer en un instant t et point par point le complexe des causes T_s , T_δ , e_s , e_δ et u en prospectant à l'aide d'instruments chaque couche limite entourant ces surfaces particulières. Encore, la détermination de l'évaporation par l'étendue considérée et au cours d'un intervalle de temps nécessiterait-elle de suivre de point en point l'évolution dans le temps de ce complexe. En conclusion, la détermination de l'évaporation des étendues naturelles, ou *évaporation géophysique*, à l'aide d'une expression traduisant le déterminisme élémentaire du phénomène apparaît comme impossible. Par contre, l'aspect microphysique de la loi (I.84) confère à celle-ci un haut intérêt théorique et pratique pour l'étude de l'évaporation de toute surface suffisamment petite et uniforme. Ainsi, dans l'étude de la transpiration d'une feuille, il sera indispensable de considérer le phénomène à l'échelle microphysique de la diffusion moléculaire de la vapeur.

Pour être déterminable en pratique, l'évaporation géophysique exige d'être traduite en fonction de causes physiques moins immédiates, mais jouissant de l'avantage d'être homogénéisées dans un plan de niveau donné au-dessus de l'étendue et partant, d'être mesurables en un seul point pour l'étendue entière. L'analyse du transfert dans l'air libre, par turbulence, de la vapeur d'eau diffusée par les surfaces évaporantes va fournir une première cause de nature globale : la concentration moyenne de vapeur dans l'air libre à un niveau z au-dessus de l'étendue évaporante et au cours d'un intervalle fini de temps. L'étude de l'aspect énergétique de l'évaporation fournira ensuite une seconde cause globale mesurable : le rayonnement du soleil et du ciel incident sur l'étendue.

En conclusion, on voit que la purification de la solution du problème de l'évaporation par l'introduction d'une causalité plus externe élargit en même temps sa validité globale d'application géophysique.

5. LE TRANSPORT DE LA VAPEUR PAR DIFFUSION TURBULENTE DANS L'AIR LIBRE

La vapeur diffusée dans la couche limite est évacuée dans l'air libre sous l'action de petits tourbillons pénétrant le niveau terminal de la couche limite, puis transportés vers le haut avec la vapeur ainsi prélevée à cette couche (fig. 1). En effet, dans la couche d'air libre surmontant la couche limite, chaque petite masse d'air se déplace, non plus laminairement, mais en suivant des trajectoires apparemment régies par le pur hasard car extrêmement irrégulières dans le temps et dans l'espace. La présence constante de tourbillons y caractérise l'agitation de l'air. C'est pourquoi ce type de mouvement est qualifié de *turbulent* tandis que la couche d'air qui en est le siège s'appelle la *couche turbulente*.

Le niveau terminal δ de la couche limite ne représente donc qu'un état statistique moyen. La tension de vapeur instantanée e_δ à ce niveau statistique de séparation des deux couches, laminaire et turbulente, apparaît comme le résultat de deux effets opposés : l'apport de vapeur par la surface évaporante selon l'intensité des causes de la diffusion, l'évacuation de cette vapeur au niveau δ en fonction de l'activité de la turbulence dans l'air extérieur.

Considérons un plan horizontal de niveau quelconque z dans la couche turbulente au-dessus d'une étendue naturelle évaporante. La vapeur d'eau diffusée moléculairement dans les couches limites entourant les surfaces très diversifiées de l'étendue s'évacue vers le haut par turbulence. A chaque instant, de petites masses d'air humide traversent le plan z , au hasard de mouvements tourbillonnaires ayant une composante verticale soit vers le haut, soit vers le bas. Au cours d'une période de temps suffisante et pour une aire suffisante du plan z , le grand nombre de tourbillons ayant traversé ce plan confère une valeur statistique moyenne, pour l'étendue entière, à la masse nette de vapeur transférée verticalement à travers le plan z , par unité de surface et de temps. Cette masse unitaire, relative au plan z , mesure en fait la vitesse moyenne de l'évaporation de l'étendue envisagée, par unité de surface et de temps et pour la période choisie, pourvu que nous considérions une étendue d'homogénéité et d'aire suffisantes pour que les variations selon les dimensions x ou y soient négligeables. En effet, le principe de conservation de la masse appliqué à la vapeur exige que la masse de vapeur sortie par diffusion soit identique à celle transférée dans la même période

au niveau z . C'est pourquoi nous désignerons selon l'usage par $V(z)$ la masse unitaire de vapeur définie plus haut. Cette quantité s'exprime en fonction du gradient moyen au niveau z de la concentration ρ_v de la vapeur par la relation habituelle de proportionnalité

$$V(z) = -K_v \left(\frac{\partial \rho_v}{\partial z} \right)_z \text{ g/cm}^2 \text{ sec.} \quad (\text{I.92})$$

On remarquera que cette relation est homologue au premier terme seulement de la relation (I.82) dans la couche limite, K_v étant ici une quantité homologue de D_v , appelée la *diffusivité turbulente de la vapeur d'eau* et qui mesure l'activité du transport turbulent de la vapeur d'eau au niveau z .

Ce coefficient de proportionnalité K_v de (I.92) mesure le nombre de grammes de vapeur d'eau traversant en moyenne le plan de niveau z par unité de surface et de temps sous un gradient unitaire de concentration de vapeur, pour une période et une surface suffisantes, afin que cette moyenne ait une valeur statistique. Ses dimensions sont L^2T^{-1} , et K_v s'exprime en cm^2/sec .

Dans la théorie classique, l'homologie est parfaite entre les lois de la diffusion moléculaire et turbulente de la vapeur. L'introduction dans (I.82) du nouveau terme de thermovaporisation pose maintenant le problème de l'existence éventuelle d'un effet homologue dans la couche turbulente et d'un terme correctif à ajouter au second membre de (I.92).

On a l'habitude de remplacer ρ_v dans (I.92) par la caractéristique plus pratique e de la micrométéorologie. La relation (I.29) appliquée à la vapeur d'eau donne en remplaçant R_a par sa valeur (I.7b) et ϵ par sa valeur (I.48)

$$\rho_v = \frac{\epsilon}{R_a T} e = 217 \cdot 10^{-6} \frac{e}{T}. \quad (\text{I.93})$$

En dérivant par rapport à z , on obtient

$$\frac{\partial \rho_v}{\partial z} = \frac{\epsilon}{R_a T^2} \left(T \frac{\partial e}{\partial z} - e \frac{\partial T}{\partial z} \right) \simeq \epsilon \frac{1}{R_a T} \frac{\partial e}{\partial z} \quad (\text{I.94})$$

en négligeant le terme $e \partial T / \partial z$ généralement petit dans la couche turbulente devant $T \partial e / \partial z$. Remplaçant $1/R_a T$ par sa valeur approchée ρ/p tirée de la relation (I.29) appliquée à l'air humide (densité d voisine de 1),

$$\rho \simeq \frac{1}{R_a T} p, \quad (\text{I.95})$$

il vient

$$\frac{\partial \rho_v}{\partial z} \simeq \frac{\epsilon \rho}{p} \frac{\partial e}{\partial z}. \quad (\text{I.96})$$

La relation (I.92) peut donc s'écrire approximativement

$$V(z) \simeq -K_v \frac{\varepsilon \rho}{p} \left(\frac{\partial e}{\partial z} \right)_z \text{ g/cm}^2 \text{ sec.} \quad (\text{I.97})$$

On trouvera une théorie détaillée du transport turbulent dans les traités de LETTAU (1939), de BRUNT (1939, pp. 212-275) et de O. G. SUTTON (1949, 1953). L'état actuel de ces délicates questions a été revu dans un article récent de PRIESTLEY et SHEPPARD (1952).

Le transport turbulent vers le haut de la vapeur d'eau diffuse celle-ci dans un volume d'air de plus en plus grand. Il en résulte que la concentration ρ_v diminue avec la hauteur. Le gradient de décroissance de ρ_v étant fonction, d'une part, du flux de vapeur émis par l'étendue évaporante et, d'autre part, de l'activité de la turbulence, on conçoit qu'inversement le taux d'évaporation puisse être déterminé par le gradient de ρ_v et par l'activité de la turbulence. C'est l'idée suivie par THORNTHWAITTE et HOLZMAN (1939, 1942), qui intègrent la relation (I.97) entre deux niveaux z_1 et z_2 pris dans l'air libre au-dessus de l'étendue évaporante et à partir du niveau zéro, qui peut être considéré comme niveau-origine du transfert turbulent actif. Ces auteurs obtiennent une relation de la forme

$$V = 0,622 \rho k_0^2 \frac{(\bar{u}_2 - \bar{u}_1)(\bar{e}_2 - \bar{e}_1)}{p \left(\log_e \frac{z_2}{z_1} \right)^2} \text{ g/cm}^2 \text{ sec.} \quad (\text{I.98})$$

Dans cette expression, \bar{u}_2 et \bar{u}_1 sont les composantes horizontales moyennes de la vitesse du vent au cours de la période d'observation et aux niveaux respectifs z_2 et z_1 ; \bar{e}_2 et \bar{e}_1 sont les tensions de vapeur moyennes pour la période et relatives aux mêmes niveaux; k_0 est une constante sans dimensions appelée constante de VON KARMAN, valant 0,40. PASQUILL (1949, 1950) a précisé les conditions de validité de cette équation et en a donné des formes plus générales.

Comparons l'expression de l'évaporation dans la couche limite (I.75) pour une surface de grande étendue à l'expression (I.98) de l'évaporation dans la couche turbulente. Ces expressions contiennent toutes deux une différence de tensions de vapeur relatives à deux niveaux :

— dans la couche limite, de la surface au sens strict au niveau supérieur de la couche;

— dans la couche turbulente, deux niveaux quelconques pris dans l'air libre, au-dessus de l'étendue évaporante.

Or, dans les deux formules, cette différence est multipliée par un coefficient entièrement différent, l'un relatif à la diffusion molécu-

laire, l'autre à la diffusion turbulente. En outre, l'expression (I.75) se complète du terme de thermovaporisation.

Il est donc rationnellement inadmissible d'écrire à priori avec divers auteurs, pour une surface bien uniforme qui évapore, — une nappe d'eau tranquille, par exemple, —

$$V = f(u)(e_s - e), \quad (I.99)$$

$f(u)$ étant fonction *seule* de la vitesse du vent, et $(e_s - e)$ mesurant la différence de tension de vapeur entre le niveau même de la surface et l'air libre.

Une telle formule est purement empirique. Elle ne peut être qu'une expression pratique de première approximation de V . Il est clair, en effet, puisque la décroissance de la tension de vapeur de la surface au sens strict à l'air libre figure dans (I.99), que les causes de la diffusion moléculaire, notamment la température T_s , devraient être incluses aussi dans le coefficient de proportionnalité.

Pour une étendue naturelle quelconque, il est impossible de considérer un plan horizontal de niveau s réellement confondu avec la surface évaporante. Pour une telle surface, l'indice s ne peut symboliser qu'un niveau très voisin du complexe fort hétérogène des corps formant ce qu'on entend par « surface naturelle ». Par exemple, pour un gazon, le plan horizontal surmontant immédiatement ce dernier définira le niveau s . Il importe de remarquer qu'un tel niveau dit « de surface » définit en fait, sous l'angle théorique de l'analyse précédente, un niveau déjà pris à l'air libre et qui ne contient plus de couche limite. Dans pareil cas, où l'indice s n'a plus un sens strict, une relation telle que (I.99) est mieux justifiée.

6. L'ÉVAPORATION COMME PHÉNOMÈNE ÉNERGÉTIQUE

a) La chaleur latente de vaporisation.

Les molécules éjectées de la surface d'un liquide par évaporation sont évidemment celles qui, à un moment donné, sont douées, par l'effet des chocs moléculaires, des vitesses \vec{u} les plus grandes et dirigées vers la surface, c'est-à-dire des plus grandes énergies $mu^2/2$ de translation, m étant la masse de la molécule. Ce sont, si l'on peut s'exprimer ainsi, les molécules « les plus chaudes » qui abandonnent le liquide. L'évaporation produit donc un refroidissement dont l'intensité est proportionnelle à celle de l'évaporation. La formule psychrométrique donnant la tension de vapeur e de l'air en fonction de la différence de température entre le thermomètre sec (T) et le thermomètre mouillé (T'),

$$e = E' - A(T - T') \quad (I.100)$$

n'est que la traduction physique de ce fait d'observation courant.

La quantité d'énergie (chaleur) qu'il faut fournir à un gramme d'eau liquide à la température T pour le transformer en vapeur saturante à cette même température sous la pression de cette vapeur saturante s'appelle la *chaleur latente de vaporisation de l'eau à T degrés*; on la symbolise par L_v .

La chaleur latente de vaporisation de l'eau varie avec la température. Plus le liquide est chaud et moins le phénomène d'évaporation consomme de l'énergie, l'agitation moléculaire plus forte facilitant la sortie de molécules sous forme de vapeur. Si l'on désigne par $L_v(t^\circ)$ la chaleur latente de vaporisation en calories par gramme d'eau évaporé à $t^\circ\text{C}$, on a plus précisément entre 0 et 50°C la loi (LIST, 1951, p. 343)

$$L_v(t^\circ) = 597,3 - 0,566 t^\circ. \quad (I.101)$$

Avec la température absolue T, il vient

$$L_v(T) = 751,9 - 0,566 T. \quad (I.102)$$

Nous adopterons pour L_v , en régions tropicales, la valeur moyenne arrondie de 580 cal/g, correspondant à peu près à $t^\circ = 30^\circ\text{C}$. Les variations autour de cette moyenne, pour t° variant de 10 à 50° , n'excèdent pas $\pm 2\%$. Nous prendrons dorénavant comme unité de mesure pour l'évaporation naturelle le mm d'épaisseur de lame d'eau évaporée, au lieu de la masse ou du volume d'eau évaporé. Nous avons déjà fait remarquer que ces dernières unités ne sont pas commodes pour les couvertures végétales, car elles nécessitent la prise en considération de la notion inutile et encombrante de l'aire qui évapore. Retenons que l'évaporation d'un cm^3 d'eau absorbant 580 cal/g, l'évaporation de chaque lame d'eau de 1 mm d'épaisseur consomme 58 cal/ cm^2 en chaleur latente de vaporisation.

Dans la suite, l'évaporation à l'unité de surface sera traitée comme une énergie en cal/ cm^2 . Pour convertir en mm d'eau évaporée, il suffira de diviser par 58.

b) **Nécessité d'un apport d'énergie pour l'entretien de l'évaporation.**

Cela étant, pour que l'évaporation d'une surface naturelle bien humidifiée ne soit pas arrêtée rapidement, il faut que cette surface reçoive de l'énergie. Sinon, la chaleur latente de vaporisation étant puisée dans la matière évaporante elle-même, celle-ci se refroidira rapidement jusqu'à une température d'équilibre pour laquelle les gradients superficiels de tension de vapeur et de température annulant leur action, l'évaporation s'arrêtera.

A titre d'exemple, analysons mathématiquement ce processus de refroidissement sous les hypothèses artificielles mais simples que

voici. Considérons une feuille sollicitée à transpirer dans des conditions expérimentales telles que la chaleur de vaporisation soit prélevée entièrement à la feuille. Soient dT_f la variation négative de la température foliaire, pour chaque dV g d'eau transpiré par cm^2 dans l'intervalle de temps dt , c_f la chaleur spécifique de la feuille, ρ_f sa masse spécifique et v_f le volume foliaire par cm^2 de feuille. Écrivons que la chaleur latente de vaporisation consommée est égale à la chaleur perdue par l'organe. Il vient

$$L_v(T_f) dV = - c_f \rho_f v_f dT_f, \quad (I.103)$$

d'où l'on tire

$$\frac{dV}{dt} = - \frac{c_f \rho_f v_f}{L_v(T_f)} \frac{dT_f}{dt}. \quad (I.104)$$

D'autre part, l'évaporation dV/dt peut être écrite en appliquant la relation (I.84) avec la valeur (I.69a) de (D_v) et en supposant pour simplifier $\partial T/\partial z$ nul. D'où

$$\frac{dV}{dt} = 10^{-4} (0,5867 + 0,008410 T_f) \frac{\varepsilon}{p} \frac{e_s - e_s}{\delta}. \quad (I.105)$$

En identifiant les seconds membres de (I.104) et (I.105), il vient

$$- \frac{c_f \rho_f v_f}{L_v(T_f)} \frac{dT_f}{dt} = 10^{-4} (0,5867 + 0,008410 T_f) \frac{\varepsilon}{p} \frac{e_s - e_s}{\delta}, \quad (I.106)$$

équation différentielle déterminant la chute de T_f en fonction du temps.

Supposons la feuille saturée d'eau et posons $c_f = 1$, $\rho_f = 1$, $e_f = E_f$, $e_s = 10$ mb. Soit aussi $p = 1.000$ mb. Posons l'épaisseur de la feuille égale à 1 mm, ce qui donne $v_f = 0,1 \text{ cm}^3$. L'équation précédente s'écrit alors

$$\frac{dT_f}{dt} = - 10^{-6} L_v(T_f) (0,3649 + 0,005231 T_f) \frac{E_f - 10}{\delta}, \quad (I.107)$$

la tension maxima E_f à la surface foliaire étant donnée en fonction de T_f par (I.11).

Afin d'établir un ordre de grandeur, raisonnons plus simplement de la manière suivante. Supposons que les conditions expérimentales sollicitent la feuille à transpirer au taux naturel constant de 0,36 mm/h, correspondant à l'émission de 10^{-5} g de vapeur par cm^2 de rondelle foliaire et par seconde. L'équation (I.104) donne

$$\frac{dT_f}{dt} = \frac{- 580}{c_f \rho_f v_f} \cdot \frac{dV}{dt} = \frac{- 580}{0,1} \cdot 10^{-5} = - 0,058 \text{ }^\circ\text{C/sec.}$$

Si la tension de vapeur extérieure est 10 mb, correspondant à 7° C de point de rosée, et si la température foliaire à l'instant initial est 35° C, on voit que le point de rosée à la surface foliaire sera atteint au bout de

$$\frac{35 - 7}{0.058} \text{ sec} = 483 \text{ sec,}$$

soit après 8 minutes environ. A partir de ce moment, l'évaporation s'arrêtera, le gradient de tension de vapeur étant annulé au-dessus de la feuille.

La cause du maintien de l'évaporation des surfaces naturelles, régulièrement hydratées par les pluies, est l'alimentation de ces surfaces en énergie par le rayonnement solaire. Une théorie de l'évaporation voulant transcrire la réalité des faits naturels doit donc s'insérer dans un cadre élargi, tenant compte de l'énergie incidente et de la manière dont celle-ci conditionne la réalisation d'un gradient de tension de vapeur et d'un gradient thermique. On en arrive ainsi à la méthode du bilan d'énergie de l'évaporation naturelle.

Avant d'exposer celle-ci, nous devons encore définir le sens de certains termes du problème de l'évaporation, montrer les aspects divers de sa solution et fixer la place exacte qu'occupe dans l'ensemble la méthode du bilan d'énergie.

7. LES DIVERSES VOIES DE SOLUTION DU PROBLÈME DE L'ÉVAPORATION NATURELLE

a) Définitions.

Il convient de préciser d'abord le sens de quelques termes, afin d'éviter toute confusion, particulièrement entre les langages physique et biologique.

Spécifions tout de suite que le terme « évaporation » dans le sens habituel où nous l'utiliserons couvre deux acceptions :

1° L'évaporation purement physique de l'eau du sol ou de l'eau retenue *sur* le feuillage, et l'évaporation des nappes d'eau libre, autrement dit, l'évaporation de toute eau non préalablement passée dans un organisme vivant;

2° L'évaporation biologique ou transpiration qui consiste en une émission de vapeur d'eau *à travers* la surface de séparation du milieu interne de l'organisme vivant et du milieu externe.

Du point de vue quantitatif rationnel consistant à déterminer la quantité globale de l'eau passée de la phase liquide à la phase vapeur,

il s'agit dans les deux cas d'un seul et même phénomène énergétique que l'eau soit vaporisée directement sur la surface des feuilles mouillées par la pluie, ou qu'elle le soit dans les chambres stomatiques à partir de l'eau imbibant les cellules parenchymateuses qui tapissent ces chambres.

L'évaporation ainsi comprise dans son sens le plus large pourrait être appelée plus correctement « vaporisation », et c'est pourquoi nous la désignons par V . L'évaporation purement physique, ou évaporation au sens étroit, sera représentée par E , et la transpiration par T . Lorsqu'il n'y a pas de danger de confusion de ces symboles, d'une part avec la tension maximum de la vapeur d'eau E et, d'autre part, avec la température absolue T , ces dernières majuscules représenteront plus simplement l'évaporation physique et la transpiration. La somme $V = E + T$ est aussi appelée par certains auteurs l'*évapo-transpiration* (THORNTHWAITTE, 1948).

D'autres expressions rencontrées dans les études sur l'évaporation sont à définir.

On entend par *évaporation naturelle* l'évaporation telle qu'elle se réalise dans la nature, sous l'action des causes jouant dans le cadre des conditions réelles des microclimats et de l'hydratation des corps naturels évaporants.

Ce terme s'oppose à celui d'*évaporation artificielle*, qui se rapporte à l'évaporation provoquée, dans les conditions contrôlées de l'industrie (séchage) ou du laboratoire, pour des corps quelconques.

Dans l'ensemble très vaste des cas possibles, la distinction entre ces deux classes n'est pas toujours aisée. Tous les degrés entre les cas idéaux extrêmes définissant ces deux classes sont en effet réalisables. Le critère de distinction est relatif d'abord au complexe des conditions d'ambiance et ensuite au corps qui évapore. L'évaporation naturelle au sens le plus parfait est celle relative aux surfaces naturelles qui composent le paysage géographique et qui évaporent dans les conditions les plus naturelles de soleil, de température, d'humidité atmosphérique, de vent et d'humidification par les pluies. L'évaporation d'une couverture végétale en cuve lysimétrique est toujours de l'évaporation naturelle, mais avec déjà une légère altération de l'appropriation du terme. L'évaporation à l'extérieur d'une plante en pot pose un problème à mi-chemin entre l'évaporation naturelle et l'évaporation artificielle. Les deux cas offerts par tel évaporomètre, Piche ou autre, placé soit à l'air libre au-dessus d'une pelouse de station météorologique, soit sous abri, s'écartent encore davantage de la classe des problèmes relatifs à l'évaporation naturelle. L'étude de l'évaporation de la plante en pot en conditions contrôlées du laboratoire physiologique se place nettement dans le

cadre de l'évaporation artificielle. Celle-ci revêt son aspect le plus pur lorsque le corps et les conditions de l'évaporation provoquée sont entièrement artificiels. On voit qu'il n'y a pas de délimitation nette. L'essentiel est ici de se rendre bien compte, dans chaque cas d'espèce, du degré exact d'appropriation des conditions de validité de la solution théorique adoptée, aux conditions réelles et particulières du problème étudié.

Le terme *évaporation potentielle* s'applique à tout phénomène d'évaporation s'exerçant dans des conditions telles que l'alimentation permanente du corps évaporant en eau à évaporer soit assurée et que la surface évaporante soit toujours maintenue à son taux maximum d'hydratation. L'évaporation naturelle d'une nappe d'eau libre, d'un sol saturé d'eau, d'une culture irriguée définit une évaporation potentielle.

On entend au contraire par *évaporation actuelle* ou *réelle* l'évaporation naturelle du sol ou des cultures dans les conditions réelles incluant en général la non-saturation en eau.

Le *pouvoir évaporant de l'atmosphère*, pris au sens habituel, mesure l'évaporation potentielle dans le cas particulier où l'eau à évaporer est contenue dans un corps artificiel appelé évaporomètre. On a souvent tenté d'exprimer statistiquement les indications des évaporomètres en fonction simple des principaux éléments climatiques conditionnant l'évaporation, sous forme d'indices d'évaporation combinant ces éléments avec plus ou moins de bonheur. Le pouvoir évaporant a souvent été défini par l'indice particulier choisi.

D'innombrables indices ont été ainsi arbitrairement proposés pour traduire le pouvoir évaporant de l'atmosphère établi par les données de tel type d'évaporomètre, à partir de telles données climatologiques, choisies aussi élémentaires que possible afin d'augmenter la portée pratique de l'indice. Ces indices sont pour la plupart purement empiriques et n'ont en fait qu'une valeur d'application très limitée.

C'est dans le cadre du problème général de l'évaporation que la recherche de semblables indices s'est posée jusqu'ici. Ce problème consiste à exprimer la quantité d'eau évaporée par une certaine surface, dans une période donnée, en fonction des causes physiques mesurables les plus élémentaires possible du phénomène et des paramètres caractérisant les propriétés de la surface. Lorsque celle-ci est exposée aux conditions microclimatiques extérieures, ces causes physiques élémentaires deviennent les éléments météorologiques courants, observables pratiquement et intervenant dans le phénomène.

Pour un évaporomètre, le problème devient alors celui du pouvoir évaporant. Pour une surface naturelle, il devient celui de l'évaporation naturelle. Si cette surface est saturée d'eau, on est placé devant

un problème d'évaporation potentielle. Enfin, dans les conditions les plus générales d'une surface naturelle quelconque, non nécessairement saturée en eau, c'est le problème de l'évaporation actuelle dans la nature qu'il faut résoudre. Ce problème est le plus général. Il est aussi le plus complexe, puisqu'il met en présence le climat, le sol et la végétation, associés avec un tel fouillis de microclimats, d'enchevêtrement de plantes, de positions foliaires, de conditions d'hydratation, que les fantaisies réalisées par la nature au sein de ce complexe et variables avec le vent d'un instant à l'autre semblent n'offrir aucune prise possible à l'analyse et à la synthèse.

b) Les voies de solution.

C'est la solution de ce problème difficile de l'évaporation actuelle, si fondamental pour la météorologie, l'hydrologie, la phytogéographie et l'agriculture, qui a polarisé tous les efforts des chercheurs depuis un siècle. En effet, la plupart des spécialistes qui se sont penchés sur le problème de l'évaporation actuelle ont essayé d'exprimer celle-ci en partant de l'idée correcte qu'elle était conditionnée à la fois par le pouvoir évaporant de l'air et par l'eau à évaporer disponible, celle-ci étant apportée par les pluies. Un grand nombre d'indices d'évaporation ou de précipitations effectives ont été obtenus par des raisonnements souvent empiriques et subjectifs.

Depuis une trentaine d'années, le problème s'est enfin engagé dans des voies physiques rationnelles. Les méthodes objectives de détermination de l'évaporation se classent en trois groupes : les méthodes aérodynamiques, les méthodes du bilan hydrique, les méthodes du bilan énergétique.

1° Les méthodes aérodynamiques analysent mathématiquement les processus d'émission de la vapeur d'eau par diffusion et ceux de son transport dans l'air libre par turbulence. Nous avons exposé les idées de base de ces méthodes dans les paragraphes précédents. Il est à remarquer que certaines méthodes de ce groupe, comme celle de THORNTHWAITTE et HOLZMAN, ne font intervenir aucune variable liée à la nature physique de la surface qui évapore. L'attention se porte sur le transport de la vapeur d'eau *sortie* de la surface et par conséquent sur les variables extérieures qui attestent et qui conditionnent l'évacuation de la vapeur.

2° Les méthodes hydrologiques reposent sur l'étude du bilan de distribution, selon divers termes, de l'eau apportée à la surface par les pluies. L'évaporation s'obtient comme terme résiduel de l'équation gouvernant le bilan, tous les autres termes étant directement mesurés ou estimés. L'équation qui, dans ce procédé, exprime l'éva-

poration V au cours d'une période finie ne traduit rien d'autre que le principe de la conservation de la masse. Elle s'écrit, pour une période donnée,

$$V = (P + C) - \Delta W - \Delta A - R - I. \quad (I.108)$$

Dans cette relation, le terme $(P + C)$ exprime les précipitations P augmentées des condensations de rosées C au cours de la période; ΔW mesure la variation d'humidité de la couche de sol considérée; ΔA la variation de la teneur en eau de la couverture végétale; R le ruissellement, et I l'infiltration. L'hydrologie fait un large emploi de cette relation.

3° Enfin, les méthodes fondées sur le bilan d'énergie partent de l'idée fondamentale que l'évaporation d'une lame d'eau de 1 mm absorbe une chaleur latente de 58 cal/cm². Si l'on réussit à déterminer tous les autres termes du bilan d'énergie, l'évaporation exprimée en cal/cm² est alors calculable comme terme résiduel.

L'évaporation étant obtenue dans le 1^{er} et le 3^e groupe, indépendamment de l'équation du bilan de l'eau, d'autres termes de l'équation hydrologique peuvent être à leur tour considérés comme termes résiduels et leurs fluctuations dans le temps être régulièrement suivies. C'est le cas pour les réserves d'eau du sol, par exemple, dont la détermination moyenne à l'hectare, par mesure directe, est pratiquement impossible. Le terme ΔW de (I.108) est en réalité le terme important à connaître pour l'agronomie ou l'hydrologie. Nous montrerons dans la seconde partie de cette étude comment on peut suivre ses fluctuations par calcul, à condition de pouvoir établir l'évapo-transpiration potentielle de la surface naturelle.

Nous allons voir qu'en fait, c'est dans une combinaison des méthodes (1°) aérodynamiques et (2°) du bilan d'énergie que réside la solution rationnelle et complète du problème de l'évaporation dans la nature, la combinaison de ces méthodes fusionnant alors toutes les causes naturelles du problème.

CHAPITRE II

L'ÉQUATION DU BILAN D'ÉNERGIE POUR UNE ÉTENDUE NATURELLE HORIZONTALE

1. L'EXPRESSION GÉNÉRALE DE L'ÉVAPORATION PAR LE BILAN D'ÉNERGIE

Considérons une étendue naturelle horizontale, absolument quelconque aux points de vue de la nature de la couverture végétale et des conditions du sol. Le problème de déterminer l'évaporation de cette étendue peut se résoudre en écrivant simplement le principe de la conservation de l'énergie, à savoir : que l'énergie incidente par unité de temps sur l'unité de surface se dissipe naturellement en divers termes, l'un d'eux étant l'évaporation cherchée, et que la somme de tous ces termes de dissipation est égale à l'énergie incidente en vertu même du principe.

Dans les raisonnements qui suivent, la période de référence choisie sera l'unité de temps d'ailleurs quelconque et variable selon les besoins de la pratique. L'évaporation au sens large ($E + T$), par unité de surface et de temps, exprimée en chaleur latente, sera désignée par V . L'unité de surface de l'étendue sera le cm^2 et l'unité d'énergie la petite calorie (cal). Tous les termes du bilan d'énergie que nous allons établir seront donc exprimés en cal/cm^2 par unité de temps.

L'apport fondamental d'énergie sur les corps formant les surfaces naturelles est dû au rayonnement d'origine solaire, incident soit directement du soleil (S), soit indirectement du ciel par diffusion (D). Ce *rayonnement solaire* encore qualifié de *court* est constitué de radiations dont les longueurs d'onde s'échelonnent du seuil de l'ultra-violet solaire au sol, vers $0,3 \mu$, jusqu'à une limite indéfinie dans l'infrarouge, domaine dans lequel les intensités des radiations composantes tendent asymptotiquement vers zéro. On peut considérer que les radiations de $0,3$ à 3μ apportent pratiquement la totalité d'énergie du rayonnement solaire. L'erreur commise en négligeant l'énergie des radiations au delà de 3μ représente à peine quelques pour cent.

Le *rayonnement de température*, incident de l'atmosphère sur les surfaces naturelles, est d'origine terrestre. Il ne résulte qu'indirectement

tement du rayonnement solaire, après une série de modifications énergétiques subies par l'interaction de ce dernier avec l'atmosphère et avec les corps terrestres.

Ce rayonnement de température qu'il convient de bien distinguer du rayonnement solaire est formé de radiations dont les longueurs d'onde s'étalent sur un large domaine de 3 à 50 μ , ses radiations d'intensité maxima se situant vers 10 μ .

Le rayonnement solaire incident par cm^2 de surface horizontale H du soleil S_H et du ciel D_H , dans les conditions réelles de nébulosité, est appelé le *rayonnement global* G,

$$G = S_H + D_H. \quad (\text{II.1})$$

Le rayonnement global définit l'énergie de base, incidente sur les étendues naturelles horizontales.

Le bilan de dispersion du rayonnement global à son incidence sur les corps terrestres d'une étendue horizontale est résumé par le schéma de la figure 2 que nous allons expliquer.

a) **Le bilan d'acquisition de chaleur.**

La radiation globale $G = S_H + D_H$ se disperse comme suit lors de son incidence sur la surface naturelle :

1° Une partie R de G est réfléchi. Désignons par a l'*albedo* ou le pouvoir réflecteur de la surface. Par définition, a mesure le rapport entre la radiation globale réfléchi R et la radiation globale incidence G. La partie de G perdue par réflexion s'exprime donc par $R = aG$. L'autre partie $G(1 - a)$ représente l'énergie A absorbée par les corps formant la surface naturelle

$$G = aG + A. \quad (\text{II.2})$$

2° Cette énergie A d'absorption se décompose en deux parts énergétiques de nature différente. En effet, si l'étendue contient des végétaux chlorophylliens, un certain nombre de photons du domaine 0,3-0,76 μ excitent électroniquement les complexes moléculaires chlorophylliens par unité de surface de l'étendue et au cours de la période considérée. Désignons l'énergie de ces photons *utilisés* à la photosynthèse par E_p . L'autre partie A_Q de A est absorbée directement en chaleur par les végétaux ou par les autres corps de l'étendue. On peut donc écrire

$$A = E_p + A_Q. \quad (\text{II.3})$$

3° Examinons le sort ultérieur de l'énergie E_p .

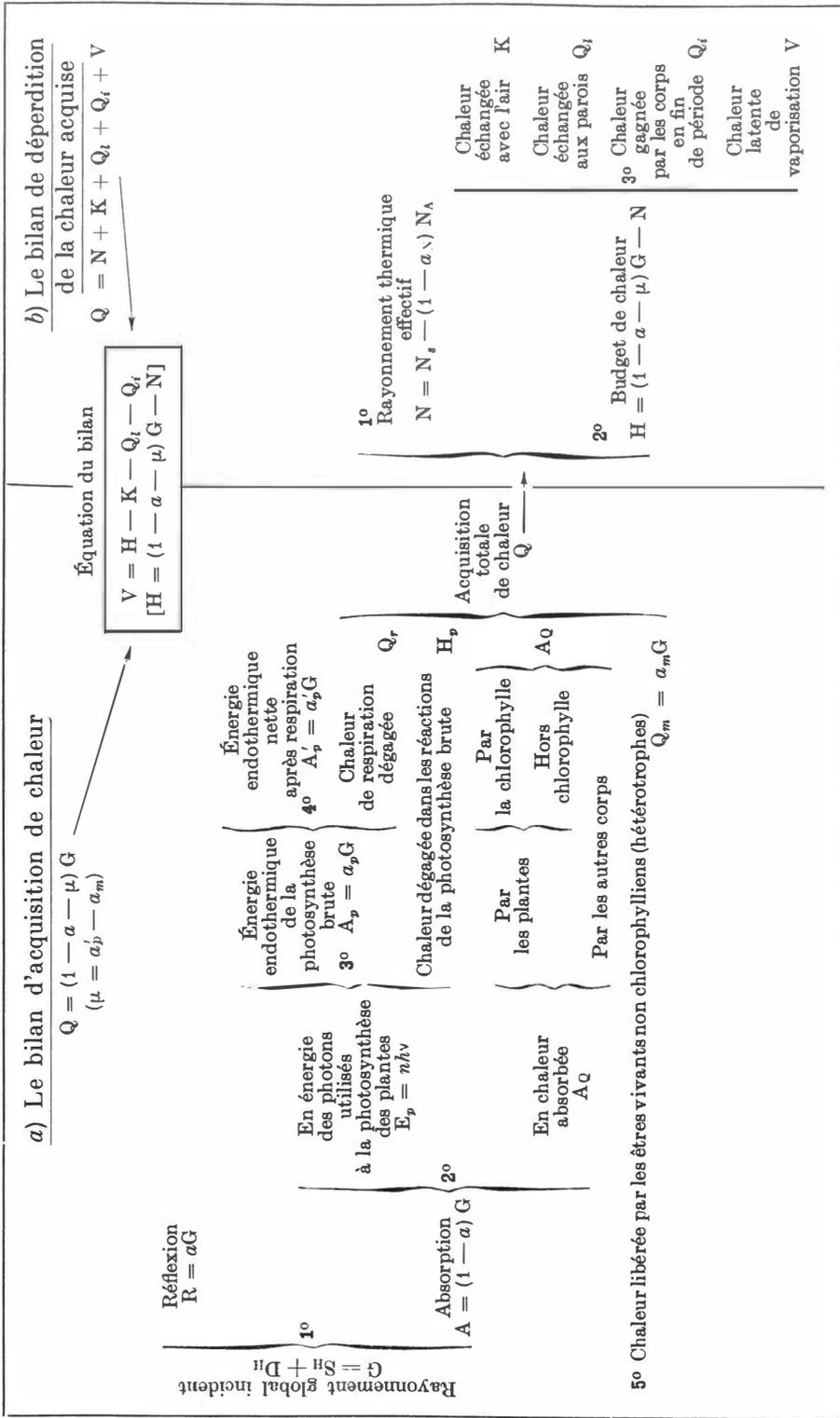
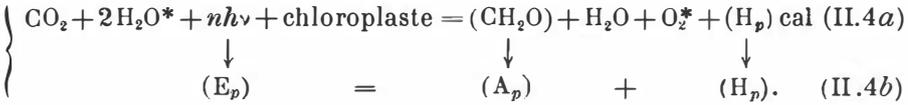


FIG. 2. — Le bilan d'énergie d'une étendue naturelle horizontale par unité de surface et de temps. (Les numéros en gras correspondent à ceux ordonnant les explications du texte.)

La réaction globale de la photosynthèse peut actuellement être écrite



Les équations (II.4a) et (II.4b) traduisent respectivement les formes matérielle et énergétique de la réaction. Dans l'équation (II.4a), (CH₂O) représente un chaînon élémentaire de glucide photosynthétisé; $nh\nu$ est l'énergie (E_p) des photons utilisés pour l'excitation électronique de la chlorophylle; (H_p) est le reliquat d'énergie de la réaction, dégagé en chaleur. Pour une molécule-gramme de (CH₂O) photosynthétisée, on sait que

$$(\text{A}_p) = (\text{E}_p) - (\text{H}_p) = 112.000 \text{ cal}, \quad (\text{II.5})$$

chaleur de combustion d'une molécule-gramme de (CH₂O).

La fonction physiologique couvrant l'ensemble des réactions photochimiques et chimiques, résumée globalement par les équations (II.4), s'appelle la *photosynthèse brute* ou *vraie*.

Désignons par A_p l'énergie endothermique accumulée ainsi dans tous les noyaux glucidiques primitifs (CH₂O), ceux-ci étant photosynthétisés dans les végétaux chlorophylliens présents par unité de surface de l'étendue considérée. L'énergie A_p représente une certaine part a_p du rayonnement global incident G pris comme terme de référence

$$\text{A}_p = a_p \text{ G}. \quad (\text{II.6})$$

Nous appellerons a_p le *coefficient d'absorption photosynthétique brute* (ou *vraie*) de l'étendue ou encore l'*efficacité photosynthétique brute* de celle-ci. D'autre part, la définition de A_p, énergie par unité de surface et de temps, suggère pour cette grandeur l'appellation de *densité du flux photosynthétique brut* de l'étendue.

Désignons par H_p la chaleur dégagée par unité de surface dans la photosynthèse brute des végétaux. En écrivant la relation (II.5) pour l'unité de surface de l'étendue, on obtient l'équation d'un troisième bilan partiel

$$\text{E}_p = a_p \text{ G} + \text{H}_p. \quad (\text{II.7})$$

4° L'énergie endothermique de la photosynthèse brute a_pG est constamment utilisée, au fur et à mesure de sa création, dans l'activité biochimique permanente des végétaux. Une partie Q_r de cette énergie est dégagée dans les réactions complexes de la respiration. L'autre partie A'_p représente l'énergie endothermique nette, accumulée en

fin de compte à l'unité de surface de l'étendue par les végétaux de celle-ci et pour la période unitaire considérée. Rapportant de nouveau l'énergie A'_p à G , on pose

$$A'_p = a'_p G. \quad (II.8)$$

La fonction photosynthétique envisagée comme bilan de la fonction photosynthétique brute et de la respiration s'appelle la *photosynthèse nette* ou *apparente*. C'est pourquoi, par analogie avec a_p , nous appellerons a'_p le *coefficient d'absorption photosynthétique nette* (ou *apparente*) ou encore l'*efficience photosynthétique nette* de l'étendue. D'autre part, A'_p sera la *densité de flux photosynthétique net* de l'étendue. Ce quatrième bilan partiel conduit à la relation

$$a_p G = a'_p G + Q_r. \quad (II.9)$$

5° La partie biologique du bilan d'énergie que nous venons d'exposer envisage seulement le métabolisme des végétaux chlorophylliens, les vrais *autotrophes* de la nature. Il reste à considérer l'influence énergétique exercée sur le bilan par les êtres vivants *hétérotrophes* : microorganismes décomposant les matières organiques mortes, microflore du sol, animaux, etc. Le métabolisme de ces êtres dégage, par unité de temps et de surface, une énergie calorifique Q_m puisée aux aliments. Bien que Q_m ne soit plus directement dépendant de G comme l'étaient A_p et Q_r pour la photosynthèse, nous évaluerons encore Q_m comme part de l'énergie de référence G en posant

$$Q_m = a_m G. \quad (II.10)$$

La quantité Q_m n'est d'ailleurs pas liée causalement à G . L'activité des hétérotrophes au cours de la période actuelle d'application du bilan résulte généralement de l'énergie endothermique accumulée par les autotrophes au cours des périodes antérieures. Nous appellerons a_m le *coefficient d'activité métabolique des hétérotrophes* de l'étendue.

La quantité totale Q de chaleur acquise finalement par l'unité de surface de l'étendue sous l'effet du rayonnement global incident s'exprime comme suit (cf. fig. 2) :

$$Q = Q_r + H_p + A_Q + Q_m. \quad (II.11)$$

Or, sommant membre à membre les relations (II.2), (II.3), (II.7) et (II.9), il vient

$$G = aG + A_Q + H_p + Q_r.$$

D'où

$$Q_r + H_p + A_Q + Q_m = G - aG - (a'_p G - a_m G). \quad (II.12)$$

Cette relation découle aussi immédiatement du tableau classificateur de la figure 2.

Nous posons
$$a'_p - a_m = \mu \quad (\text{II.13})$$

et nous appelons μ le *coefficient d'activité métabolique totale* de l'étendue. La relation (II.12) devient, compte tenu de (II.11),

$$Q = (1 - \alpha - \mu) G. \quad (\text{II.14a})$$

b) **Le bilan de déperdition de la chaleur acquise Q.**

1° Le gain de Q calories par les corps composant l'étendue élève leur température. Or, on sait qu'un corps quelconque, porté à une température absolue T différente du zéro absolu, émet par sa surface un rayonnement dont l'intensité et la composition dépendent de la nature de la surface émettrice et de sa température (*rayonnement thermique*). Pour le *corps noir* qui, par définition, absorbe intégralement toutes les radiations qu'il reçoit, les lois du rayonnement thermique deviennent indépendantes des propriétés de la substance du corps. La première de ces lois énonce que l'énergie totale N[•] rayonnée par cm² de surface du corps noir et par minute, dans toutes les directions (rayonnement hémisphérique), est proportionnelle à la quatrième puissance de la température absolue,

$$N^{\bullet} = \sigma T^4. \quad (\text{II.15})$$

Cette relation exprime la loi de STEFAN-BOLTZMANN. La constante de proportionnalité σ s'appelle *constante de STEFAN* et vaut (LIST, 1951, p. 411)

$$\sigma = 0,8132 \cdot 10^{-10} \text{ cal/cm}^2 \text{ min K}^4. \quad (\text{II.16})$$

La densité superficielle de flux N[•] du rayonnement émis s'appelle la *radiance totale* du corps noir à la température T.

La courbe de répartition spectrale de l'énergie du rayonnement d'un corps noir est donné par la loi de PLANCK. Cette courbe a l'allure d'une courbe en cloche, présentant un maximum asymétrique décalé vers la gauche, rapidement ascendante à gauche de zéro vers le maximum, tandis que la décroissance asymptotique vers la droite est lente.

Aux températures ordinaires, les courbes s'étendent de 3,5 μ à plus de 80 μ avec un maximum $E_{\lambda M}$ se situant, suivant la loi du déplacement de WIEN, à une longueur d'onde λ_M définie en μ par

$$\lambda_M = \frac{2.897}{T}. \quad (\text{II.17})$$

De 0° C à 50° C, λ_M se déplace de 10,6 à 9,0 μ .

L'absorption par un corps non noir des radiations qu'il reçoit n'est plus intégrale. On montre que la radiance totale \mathfrak{R} d'un tel corps est égale à la radiance totale du corps noir à même température multipliée par un facteur ϵ plus petit que l'unité, appelé le *pouvoir émissif total* du corps et relatif à la nature de la substance,

$$\mathfrak{R} = \epsilon \sigma T^4. \quad (\text{II.18})$$

Aux températures qui se réalisent à la surface du globe sous l'action des phénomènes météorologiques, les corps naturels terrestres se comportent, au point de vue de leur rayonnement thermique, à peu près comme le corps noir. C'est la justification du symbole N choisi et que nous continuerons à adopter pour désigner le rayonnement thermique de ces corps. Dans le cas d'une étendue naturelle horizontale, l'énergie rayonnante N_s , émise en moyenne dans toutes les directions, par cm^2 et par les surfaces supérieures des corps particuliers composant l'étendue, s'exprime par la relation homologue de (II.18)

$$N_s = \epsilon_s \sigma T_s^4. \quad (\text{II.19a})$$

Dans ce cas particulier d'application de la loi (II.18), la radiance totale N_s prend le nom de *rayonnement terrestre* ou de *rayonnement propre* de l'étendue. La température moyenne T_s définit la *température superficielle* vraie de l'étendue ou plus succinctement sa *température radiative*.

Le rayonnement terrestre étant formé de radiations infrarouges de grandes longueurs d'onde (3 à 50 μ) est fortement absorbé par la vapeur d'eau atmosphérique. L'atmosphère s'échauffe ainsi à une température moyenne T_A et envoie vers le sol un contre-rayonnement propre :

$$N_A = \epsilon_A \sigma T_A^4, \quad (\text{II.19b})$$

qui diminue le refroidissement des surfaces terrestres par rayonnement thermique (effet de serre). La quantité N_A s'appelle le *rayonnement atmosphérique* et ϵ_A s'appelle le *pouvoir émissif total de l'atmosphère*. La température T_A est la *température radiative de l'atmosphère* à ne pas confondre avec la température de l'air T_a .

Ainsi, l'étendue perd, d'une part, une énergie N_s mais gagne, d'autre part, une énergie N_A . Celle-ci est partiellement réfléchie par les surfaces particulières des corps composant l'étendue. En effet, les corps naturels jouissent d'un albedo α_N dans l'infrarouge thermique représentant quelques centièmes du rayonnement incident. La perte nette en rayonnement infrarouge de température est donc

$$N = N_s - (N_A - \alpha_N N_A) = N_s - (1 - \alpha_N) N_A. \quad (\text{II.20})$$

On appelle N le *rayonnement thermique effectif* ⁽¹⁾ de l'étendue ou encore le *rayonnement terrestre effectif*.

2° La quantité de chaleur H restant finalement dans les corps formant la surface envisagée, lorsque tous les processus d'échange d'énergie par rayonnement court ou infra-rouge sont réalisés, s'exprime

$$H = Q - N = (1 - a - \mu) G - N. \quad (\text{II.21})$$

Cette quantité de chaleur représente la chaleur disponible que la nature va répartir sur divers termes en un dernier bilan partiel. Nous la désignerons, avec CUMMINGS et RICHARDSON (1927), par l'expression de *budget de chaleur* (*heat budget*).

3° Une première partie K du budget de chaleur va réchauffer l'air au-dessus des corps disposant de ce budget. Ce réchauffement a lieu par conduction moléculaire dans les couches limites entourant les corps de l'étendue, les calories diffusées dans ces couches étant ensuite transportées par convection turbulente dans l'air libre. Le terme K représente donc la chaleur sensible, échangée entre la surface naturelle et l'atmosphère.

Une autre partie Q_i sera dissipée par l'échange de chaleur à travers la surface latérale et la surface du fond qui séparent de la matière extérieure la matière d'application du bilan énergétique. Ces surfaces qui isolent et définissent le volume de cette matière seront appelées *parois* et le terme Q_i sera le *terme d'échange calorifique aux parois*. Les parois sont ou bien des surfaces fictives (cas d'un hectare de culture dont la couche de sol de 1 m en profondeur est considérée), ou bien des surfaces réelles (parois d'une cuve lysimétrique).

Une troisième part de H exprime les calories internes Q_i gagnées en fin de période par la matière d'application délimitée par les parois. Si le bilan est effectué entre le lever et le coucher du soleil, il est certain qu'au cours de cet intervalle les plantes et la couche superficielle du sol auront accumulé en calories plusieurs pour cent de la radiation globale incidente au cours de la journée. Ce terme peut d'ailleurs être négatif, tout comme H , K et Q_i .

(1) Cette expression reçue par l'usage peut prêter à confusion avec celle de « rayonnement thermique effectivement émis ». Ce rayonnement est

$$N_e = N_s + a_N N_A = N - N_A.$$

Le rayonnement thermique effectif est le résultat *abstrait* d'un bilan. Le rayonnement thermique effectivement émis est une grandeur *concrète*, ce qu'on mesurerait effectivement par un récepteur d'infra-rouge au-dessus de la surface naturelle rayonnante.

Enfin, terme résiduel final, la dernière partie de H représentera les V calories consommées en chaleur latente pour vaporiser les mm d'eau évapo-transpirés au cours de la période par la surface naturelle.

En conclusion, le bilan de déperdition de la chaleur acquise Q conduit à l'équation

$$Q = N + K + Q_i + Q_l + V. \quad (II.14b)$$

c) **L'équation du bilan d'énergie.**

En identifiant les deux expressions (II.14a) et (II.14b) de la réalisation et de la dispersion de Q, on obtient

$V = H - K - Q_i - Q_l$ <p style="text-align: center;">avec</p> $H = (1 - a - \mu) G - N$ $N = N_s - (1 - a_N) N_A$.	(II.22)
---	---	---------

Telle est l'équation fondamentale du bilan d'énergie d'une étendue naturelle horizontale. Elle détermine rationnellement l'évaporation, exprimée en chaleur latente, au cours d'une période quelconque et dans les conditions les plus générales.

**2. L'ÉQUATION DU BILAN D'ÉNERGIE SOUS FORME DIFFÉRENTIELLE
ERREURS COMMISES**

La relation (II.22) permet de considérer l'évaporation

$$V = (1 - a - \mu) G - N - K - Q_i - Q_l \quad (II.23)$$

comme une fonction des variables G, a, μ, N, K, Q_i et Q_l. Celles-ci peuvent être entachées d'erreur de détermination dG, da, dμ, dN, dK, dQ_i et dQ_l. Selon l'habitude établie en météorologie, nous définirons la correction dx sur la grandeur x comme étant la quantité à ajouter à la valeur erronée x_e pour retrouver la valeur correcte x_c. Il en résulte que

$$dx = x_c - x_e. \quad (II.24)$$

Si, par exemple, la correction à apporter à une valeur journalière V_e estimée à 180 cal/cm² s'avère être égale à ΔV = + 30 cal/cm², la valeur correcte V_c de l'évaporation sera 210 cal/cm².

Le problème de déterminer l'erreur sur V qui résulte des erreurs commises séparément sur les divers termes de l'équation (II.23) est essentiel en pratique. Il se résout immédiatement comme suit. Soit la valeur correcte V_c donnée par

$$V_c = (1 - a_c - \mu_c) G_c - N_c - K_c - Q_{ic} - Q_{tc}; \quad (II.25)$$

la valeur erronée étant, d'autre part,

$$V_e = (1 - a_e - \mu_e) G_e - N_e - K_e - Q_{ie} - Q_{te} \quad (II.26)$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} a_c = a_e + da \\ \mu_c = \mu_e + d\mu \\ G_c = G_e + dG \\ \dots\dots\dots \end{array} \right.$$

$da, d\mu, dG, \dots$ étant les erreurs commises sur a, μ, G, \dots

Cela étant, on sait, par la formule de TAYLOR, que la différentielle dV de l'équation (II.23) fournit le terme principal de la correction ΔV cherchée :

$$\Delta V = V_c - V_e. \quad (II.27)$$

Or, on a, en différentiant (II.23),

$$dV = (1 - a - \mu) dG - G da - G d\mu - dN - dK - dQ_i - dQ_t. \quad (II.28)$$

Cette expression fournit l'erreur résultante approchée sur l'évaporation absolue dans la méthode du bilan d'énergie, en fonction des erreurs commises sur les divers termes du bilan.

Si l'on exprime V en pour cent de G , on aura, pour l'erreur approchée commise sur V (%),

$$\left. \begin{aligned} d(V\%) &= \frac{100}{G} dV = (1 - a - \mu) \frac{100}{G} dG - 100 da \\ &\quad - 100 d\mu - \frac{100}{G} (dN + dK + dQ_i + dQ_t). \end{aligned} \right\} \quad (II.29)$$

Nous discuterons au chapitre suivant l'ordre de grandeur des termes du bilan, les erreurs commises en pratique dans leur détermination et l'influence de ces erreurs sur l'évaporation.

3. L'ORDONNANCE DES PROCESSUS RÉALISANT LE BILAN D'ÉNERGIE DANS LE DÉTERMINISME NATUREL

Considérons une strate végétale non mouillée par les pluies et jouissant d'une densité de feuillage suffisante pour que l'évaporation de l'eau du sol sous ce couvert végétal soit négligeable. L'évapotranspiration V de cette *strate dense* se réduit alors à la transpiration T_r , traduite comme V en calories par unité de surface et de temps. Pour des étendues suffisamment grandes et homogènes, Q_1 devient vite négligeable. La relation fondamentale (II.22) s'écrit ainsi pour une strate dense étendue :

$$T_r = (1 - \alpha - \mu) G - N - K - Q . \quad (\text{II.30})$$

En outre, pour la végétation couvrant les étendues naturelles et croissant à la pleine lumière, nous verrons que μ ne dépasse généralement pas 1 à 2 %. Il est donc également négligeable.

Cette équation rigoureuse traduit donc la transpiration en fonction de grandeurs principales, de nature purement microclimatologiques et *extérieures* à l'organisme qui transpire. Ces grandeurs sont α , G , N , $(T_s, \epsilon_s, a_N, N_A)$ et K . Ce fait pourrait amener le biologiste à considérer que la traduction rationnelle de la transpiration par le bilan énergétique entraîne la conclusion étrange que la transpiration obéit à un déterminisme strictement physique ou microclimatique. Or, le biologiste est pénétré de l'idée que tout phénomène biologique, s'il est conditionné en partie par les circonstances physiques externes, est avant tout dirigé par l'organisme lui-même qui régit pour sa « meilleure convenance » le jeu régulateur de ses processus physiologiques internes.

Il importe de lever cette difficulté et de rassurer le lecteur biologiste sur le sens de la relation (II.30) au point de vue du déterminisme naturel de la transpiration en montrant que cette relation laisse aux plantes leur entière liberté de régler leur transpiration selon les réactions spécifiques et individuelles de leur organisme en fonction des conditions écologiques.

L'équation (II.30) ne signifie nullement, parce que la transpiration y est exprimée en fonction de grandeurs apparemment d'ordre climatique, que la transpiration d'une couverture végétale est subordonnée entièrement au climat.

Dans la démonstration du bilan et dans l'expression (II.23) qui la résume, c'est pour les besoins de la cause, le calcul de l'évapotranspiration, que nous avons considéré ce terme comme résiduel et que nous l'avons isolé au premier membre comme on exprime

une variable dépendante inconnue u en fonction de variables indépendantes x, y, z, \dots Or, les termes figurant au second membre de (II.23) ne sont pas tous des causes indépendantes de l'évapo-transpiration. Seul le terme G est strictement indépendant. C'est une donnée qui peut varier d'un instant à l'autre selon les caprices du mouvement des nuages et de l'évolution du temps qu'il fait. Le terme aG est encore pratiquement indépendant, car si l'albedo varie bien avec l'état d'humectation de la surface du sol et des feuilles, on ne voit pas comment il pourrait être fonction de l'intensité instantanée du flux de vapeur sortant de ces surfaces. Par contre, les termes N et K dépendent tous deux au premier titre de la température radiative moyenne T_s de la surface naturelle, donc de la transpiration. En effet, pour une couverture végétale, T_s définit la température moyenne des surfaces foliaires dont l'ensemble détermine l'aspect supérieur de la couverture vue à la verticale. Or, cette température foliaire superficielle *résulte* justement de l'intensité instantanée de la transpiration, que la plante peut modifier pour sa meilleure convenance, selon son état physiologique et les conditions du milieu. Envisagée sous l'angle du déterminisme naturel des processus réalisant le bilan énergétique, l'équation (II.30) doit s'écrire plutôt sous la forme suivante, les termes indépendants figurant au second membre :

$$Q_4 + N + K = (1 - a - \mu) G - T_r. \quad (\text{II.31})$$

A une absorption d'énergie $(1 - a - \mu) G$, la plante répond selon ses conditions de milieu interne, d'eau disponible aux racines et de climat, par une certaine transpiration T_r qui ramène sa température superficielle T_s à une valeur telle que l'équilibre exprimé par (II.31) se réalise à chaque instant en vertu du principe de la conservation de l'énergie.

Le schéma de l'ordonnance déterministe des variations peut être résumé à peu près comme suit :

$$\left. \begin{array}{l} \text{Variation de } G \dots\dots\dots \\ + \\ \text{Variation des conditions} \\ \text{internes et écologiques} \dots \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow \text{Var. } V \rightarrow \text{Var. } T_s \rightarrow \text{Var. } (N + K) \\ \qquad \qquad \qquad \rightarrow \text{Var. } Q_4. \end{array}$$

CHAPITRE III

LES TERMES NORMAUX DE L'ÉQUATION DU BILAN D'ÉNERGIE

Les termes entrant dans la relation (II.22) sont d'un ordre de grandeur très variable. Nous allons les discuter, exposer leur mode de détermination et signaler l'incidence de leur erreur sur l'évaporation cherchée.

Nous qualifions de normaux les termes considérés dans l'équation (II.22) du bilan d'énergie, les distinguant ainsi de termes complémentaires éventuels, généralement non considérés et discutés au chapitre IV.

1. LA RADIATION GLOBALE G

C'est le terme principal de l'équation du bilan. Il est fourni avec précision par les solarigraphes à pile thermoélectrique des principales stations météorologiques. Nous le ramènerons ici à 100 pour lui comparer les ordres relatifs de grandeur des autres termes.

Dans les stations météorologiques ne disposant que d'héliographes de Campbell, G peut être estimé approximativement en valeur moyenne, en cal/cm² jour et pour des périodes suffisantes, par la formule empirique

$$\bar{G} = \bar{G}_0 [\alpha + (1 - \alpha) I], \quad (III.1)$$

proposée par A. ANGSTRÖM (1924, 1934). Dans cette expression, α est une constante à déterminer par une étude préalable, pour un type de climat donné et, si possible, pour les divers mois de l'année. La grandeur \bar{G}_0 mesure la radiation globale moyenne d'un jour serein, I exprime la durée d'insolation relative, rapport entre le nombre actuel d'heures de soleil et le nombre maximum possible. De nombreuses valeurs de α ont été proposées pour diverses régions du globe. Le coefficient α peut varier entre 0,20 et 0,50. NICOLET et DOGNIAUX (1951 a, b) ont proposé récemment une formule plus complexe permettant de calculer \bar{G} à partir de I, décade par décade, avec une précision de ± 10 %.

L'erreur sur l'évaporation résultant du terme G est donnée par la relation (II.28)

$$dV = (1 - \alpha - \mu) dG. \quad (III.2)$$

On commet facilement sur la valeur moyenne journalière de G une erreur de 10 %, soit d'environ 30 à 50 cal/cm² jour. Le coefficient de dG dans (III.2) varie normalement entre 0,95 et 0,75. Ainsi, l'erreur sur V peut être aisément de 25 à 40 cal/cm² jour. Sur une évaporation journalière de 3 mm, par exemple (174 cal/cm² jour), le pourcentage d'erreur pourrait donc varier de 14 à 22 %. En conclusion, il convient, dans l'application de la méthode, de veiller à déterminer la radiation globale avec la meilleure précision possible, par l'emploi de solarigraphes de haute qualité et bien étalonnés.

2. L'ALBEDO a

Dans l'équation du bilan d'énergie, l'albedo a exprime une grandeur totale, relative à l'ensemble des radiations de toutes les longueurs d'onde comprises entre 0,3 et 3 μ et incidentes du ciel et du soleil sur l'étendue naturelle considérée.

L'albedo d'une surface donnée varie avec la nature qualitative du rayonnement incident et avec les propriétés de la surface. Quelques explications détaillées sont ici nécessaires afin de bien préciser ce qu'est l'albedo en vue de sa mesure correcte.

Tout rayonnement complexe est défini entièrement en qualité et en quantité par la courbe de répartition spectrale de son énergie. Cette courbe s'obtient en portant en abscisses les longueurs d'onde λ et, en ordonnées, les *intensités spécifiques*

$$E_{\lambda} = \frac{(dE)_{\lambda}}{d\lambda} \quad (\text{III.3a})$$

propres aux radiations des diverses longueurs d'onde λ . La quantité $(dE)_{\lambda}$ mesure l'énergie élémentaire apportée par unité de temps et de surface par les photons constitutifs des radiations de l'intervalle élémentaire $(\lambda, \lambda + d\lambda)$.

Considérons le rayonnement global complexe (0,3 à 3 μ) incident sur une surface naturelle. L'*intensité spécifique du rayonnement global* pour la radiation λ est définie par la relation homologue de (III.3a)

$$G_{\lambda} = \frac{(dG)_{\lambda}}{d\lambda}, \quad (\text{III.3b})$$

$(dG)_{\lambda}$ mesurant l'énergie du rayonnement global dans l'intervalle $(\lambda, \lambda + d\lambda)$.

Les surfaces naturelles réfléchissent par diffusion sélective le rayonnement global incident. Désignons par R_{λ} l'intensité spécifique du rayonnement réfléchi pour la radiation λ , ordonnée de la

courbe de distribution spectrale de l'énergie réfléchie. On a de même, par définition,

$$R_\lambda = \frac{(dR)_\lambda}{d\lambda}, \quad (\text{III.3c})$$

$(dR)_\lambda$ mesurant l'énergie du rayonnement global réfléchi par les radiations de l'intervalle $(\lambda, \lambda + d\lambda)$. Posons

$$R_\lambda = a_\lambda G_\lambda. \quad (\text{III.4})$$

Le coefficient de proportionnalité a_λ mesure la *pouvoir réflecteur* ou l'*albedo monochromatique* de la surface pour la radiation λ . Il peut varier notablement entre 0 et 1 pour les surfaces naturelles, de l'ultra-violet à l'infra-rouge. La courbe des a en fonction de λ caractérise entièrement la surface au point de vue de la réflexion. Cette courbe de répartition spectrale de l'albedo monochromatique est indépendante de la qualité du rayonnement incident. Il en est autrement de la courbe de distribution spectrale des intensités spécifiques réfléchies R_λ , grandeurs absolues qui dépendent à la fois par la relation (III.4) de la courbe des G_λ et de celle des a_λ . Rappelons, par exemple, que la sensation de coloration d'un corps traduit le résultat de la conversion par la sensibilité rétinienne de la courbe des énergies lumineuses spécifiques réfléchies par le corps. La coloration du corps sera donc fonction du corps lui-même et de la qualité de la lumière qui l'éclaire.

On peut maintenant préciser sous l'angle qualitatif l'albedo total a qui intervient dans l'équation (II.22) du bilan d'énergie. On avait, par définition,

$$a = \frac{R}{G}, \quad (\text{III.5})$$

rapport entre l'énergie totale réfléchie et l'énergie totale incidente. Or, l'énergie du rayonnement global, réfléchi par unité de temps et de surface, est mesurée par l'aire comprise entre la courbe R , l'axe des abscisses λ et les ordonnées extrêmes $\lambda = 0,3 \mu$, $\lambda = 3 \mu$. On a donc, en intégrant (III.3c) entre ces limites et en tenant compte de (III.4),

$$R = \int_{0,3\mu}^{3\mu} R_\lambda d\lambda = \int_{0,3\mu}^{3\mu} a_\lambda G_\lambda d\lambda. \quad (\text{III.6})$$

D'autre part, l'intégration de la relation (III.3b) entre $0,3 \mu$ et 3μ fournit pour le rayonnement global

$$G = \int_{0,3\mu}^{3\mu} G_\lambda d\lambda. \quad (\text{III.7})$$

En divisant membre à membre les relations (III.6) et (III.7), on traduit l'albedo par l'expression ci-après qui l'analyse qualitativement,

$$a = \frac{\int_{0,3\mu}^{3\mu} a_{\lambda} G_{\lambda} d_{\lambda}}{\int_{0,3\mu}^{3\mu} G_{\lambda} d_{\lambda}} . \quad (\text{III.8})$$

Cette relation précise comment l'albedo d'une surface dépend à la fois des deux courbes de distribution spectrale : 1° celle du rayonnement global, 2° celle de la réflexion sélective de ce rayonnement.

On comprend donc que l'albedo des surfaces naturelles puisse varier dans de larges limites suivant les corps composants et la lumière incidente. Le tableau III ci-après résume quelques données de la littérature qui fixent seulement des ordres de grandeur. On trouvera dans LIST (1951, pp. 442-444) une table très complète des albedo connus. On remarquera combien les valeurs observées pour les forêts sont faibles. Les frondaisons forestières constituent des pièges à radiations et se comportent pour le visible presque comme des corps noirs. Les résultats du tableau III s'accordent à montrer que l'albedo des surfaces naturelles diminue notablement avec leur humidité (GEIGER, 1950, p. 130). L'explication qu'en donne ANGSTRÖM (1925, p. 333) est la suivante : quand les petites aspérités du sol ou des surfaces foliaires sont couvertes d'un film d'eau, la lumière peut entrer dans le film d'eau dans toutes les directions, mais les seuls rayons qui peuvent en sortir sont ceux qui sont réfléchis par la surface diffusante, sous un angle moindre que l'angle limite de réflexion totale de l'eau.

L'albedo d'un manteau végétal dépend de la structure architecturale du feuillage. Il varie aussi avec les caractères morphologiques des faces foliaires supérieures, avec leur teinte ou leur nuance verte, avec leur degré de brillance lié aux cires cuticulaires. L'albedo est encore fonction de l'état d'hydratation des feuilles et de leur degré de mouillage par la rosée et les pluies.

L'albedo des surfaces naturelles varie aussi avec la nébulosité. En effet, lorsque le ciel est couvert, la courbe de distribution spectrale de l'énergie pour la radiation globale n'est pas la même que pour un ciel serein. La variation de l'albedo des surfaces naturelles avec l'angle d'incidence du rayonnement solaire n'est à considérer pratiquement que pour la nappe d'eau, surface pour laquelle la loi

de la réflexion de FRESNEL est d'application. Ainsi, l'albedo d'une nappe d'eau varie respectivement de 2, 6, 35 et 100 % pour des hauteurs zénithales du soleil de 0°, 60°, 80° et 90° (LIST, 1951, p. 444).

TABLEAU III.

Albedo de diverses surfaces naturelles en pour cent de la radiation globale.

Type de surface	Albedo a	Sources bibliographiques
Désert	24-28	Cité par R. J. LIST (1951)
Champs de types divers	3-25	
Forêts vertes	3-10	
Pelouses en conditions variées	14-37	
Sol nu	7-20	
Neige fraîche	80-85	Cité par R. GEIGER (1950, p. 129)
Surface de la mer	8-10	
Sable sec	18	Mesuré par A. ANGSTRÖM (1925, p. 331-332 et 340)
Sable mouillé	9	
Terreau noir sec	14	
Terreau noir mouillé	8	
Feuilles peu hydratées (chêne, noisetier)	29	
Mêmes feuilles bien hydratées	19	
Prairie avant la pluie	32	
Prairie après la pluie	22	

L'erreur sur l'évaporation V résultant d'une erreur da sur a est donnée en valeur principale par (II.28)

$$dV = -G da, \tag{III.9}$$

et en pour cent de G par (II.29)

$$d(V\%) = -100 da. \tag{III.10}$$

Cette relation montre que les pour cent d'erreur commise sur l'albedo entraînent une erreur égale et de signe contraire sur l'évaporation exprimée en pour cent de G . Par exemple, si l'albedo mesuré est de 0,20, alors que l'albedo réel est de 0,15, cette erreur négative de 5 centièmes entrainera sur V en % une erreur positive de

5 unités. Il importe donc de déterminer avec précision la valeur moyenne de l'albedo de la surface naturelle dont on cherche l'évaporation.

L'albedo se mesure par les piles thermoélectriques servant à la mesure de G . Si l'on ne dispose que d'une seule pile, on la dirige alternativement vers le ciel et vers le sol. Si deux piles sont disponibles, on les couple en permanence l'une vers le bas, l'autre vers le haut, ce qui assure la parfaite simultanéité des mesures, particulièrement indispensable lorsque la nébulosité est très variable.

L'emploi courant en écologie végétale de cellules photoélectriques à couche semi-résistante (luxmètres) pour la mesure de l'albedo requiert des précautions. Dans ce cas, il convient d'établir au préalable la relation moyenne de conversion des lux mesurés en $\text{cal/cm}^2 \text{ min}$, la cellule à couche semi-résistante possédant, d'une part, une sensibilité spécifique aux diverses radiations du spectre et, d'autre part, la surface naturelle réfléchissant sélectivement le rayonnement global incident, lui-même variable en qualité spectrale avec les circonstances météorologiques. Désignons par L_G et par L_R les réponses respectives d'un luxmètre au rayonnement global incident G sur une certaine surface naturelle et au rayonnement réfléchi R par cette surface. On peut écrire

$$G = l_G L_G \quad (\text{III.11})$$

$$R = l_R L_R \quad (\text{III.12})$$

l_G étant le coefficient d'équivalence d'un lux en $\text{cal/cm}^2 \text{ min}$ pour le rayonnement global (0,3 à 3 μ), l_R étant le coefficient correspondant pour le rayonnement réfléchi. Ces coefficients se déterminent en comparant les réponses du luxmètre et d'un solarigraphe à pile thermoélectrique. Divisons membre à membre (III.12) par (III.11); il vient

$$\alpha = \frac{R}{G} = \left(\frac{l_R}{l_G} \right) \frac{L_R}{L_G} = l_a \alpha_L, \quad (\text{III.13})$$

α_L étant l'albedo L_R/L_G mesuré au luxmètre. Le coefficient l_a varie par l_G avec le type de temps et avec l'heure. Il varie en outre par l_R avec la surface considérée.

Les feuilles jouissent d'une forte variabilité de réflexion sélective pour les diverses longueurs d'onde de 0,3 à 3 μ . GEIGER (1950, p. 273) a résumé les résultats de la littérature. L'albedo des feuilles est inférieur à 10 % au-dessous de 0,36 μ , dans l'ultra-violet. Dans la partie visible de 0,36 à 0,76 μ , il varie entre 8 et 20 %, avec un maximum dans le vert, prévu a priori par la couleur verte des feuilles et dû évidemment au fait que le bleu et le rouge sont plus absorbés pour la photosynthèse. L'albedo monte ensuite à son maximum principal de 45 % dans le proche infra-rouge vers 0,8 μ et retombe

ensuite à 9 % à 2,4 μ , vers la limite du spectre solaire. SHULL (1929) a établi les courbes spectrales de la réflexion à 90° pour les feuilles de nombreuses espèces, entre 0,43 et 0,70 μ . Le maximum de réflexion se situe toujours entre 0,54 et 0,56 μ pour les plantes vertes, avec minimum dans les bandes photosynthétiques bleue et rouge. Le maximum varie de 6-8 % pour les feuilles vert foncé, à 20-25 % pour les feuilles vert clair.

La relation (III.13) montre que pour la mesure de l'albedo des surfaces naturelles exposées en pleine lumière, il est toujours prudent d'utiliser des piles thermoélectriques, leur surface noircie absorbant intégralement toutes les radiations reçues. Sous une strate végétale ombrageante, où la microhétérogénéité de la lumière filtrée est considérable et où l'inertie des piles les défavorise d'autant plus que la lumière est affaiblie, la détermination de l'albedo de la strate ombragée par des luxmètres pose un problème pratique difficile, rendu plus délicat encore par la dégradation qualitative subie par le rayonnement dans sa traversée de la strate ombrageante.

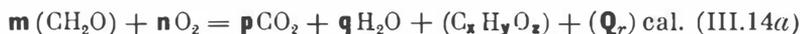
Pour des surfaces forestières ou des cultures de taille élevée, la détermination de l'albedo se heurte à une autre difficulté pratique. L'albedo ne peut se mesurer que si l'on réussit à dominer la strate végétale supérieure. L'emploi de petits avions ou d'hélicoptères s'avère alors indispensable, quand des tours métalliques ne peuvent dépasser suffisamment le dôme végétal. Des mesures d'albedo par avion ont notamment été faites aux États-Unis par S. FRITZ (1948).

3. LES COEFFICIENTS D'EFFICIENCE PHOTOSYNTHÉTIQUE a_p , a'_p ET D'ACTIVITÉ MÉTABOLIQUE μ

a) Définitions et symboles.

Nous allons examiner comment diverses caractéristiques de la végétation chlorophyllienne couvrant l'étendue considérée peuvent nous renseigner sur les coefficients d'efficacité photosynthétique brute a_p et nette a'_p , définis par les relations (II.6) et (II.8).

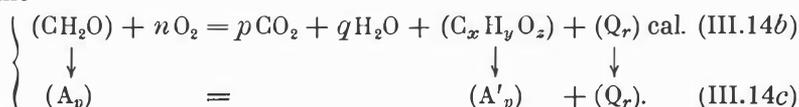
Appelons *respiration globale* la fonction traduisant l'effet global exercé en fin de compte, au départ des noyaux primitifs (CH_2O), par l'enchaînement biochimique très complexe des réactions de l'anabolisme et du catabolisme. La réaction biochimique globale résumant ces réactions peut s'écrire :



Autrement dit, le jeu de l'anabolisme et du catabolisme exercé ultérieurement sur m molécules (CH_2O) produites par la photosynthèse primitive se résume comme si n molécules d'oxygène avaient

réagi sur ces m molécules de (CH_2O) pour dégager p molécules de CO_2 , q molécules d' H_2O , (Q_r) calories et laisser comme produit final la *matière sèche organique* du végétal, dont la composition en C, H et O répond à celle de la molécule fictive $(C_xH_yO_z)$. Nous entendons ici par *organique* : « à l'exclusion de tout C, H ou O introduit dans la plante par d'autres voies que la photosynthèse ou la respiration », ce qui revient à peu près à dire « à l'exclusion de tout C, H ou O introduit par la nutrition minérale ».

En la divisant par m , l'équation (III.14a) s'écrit en molécules-gramme



Dans la relation énergétique (III.14c), (A_p) exprime la chaleur de combustion qui s'élève à 112.000 cal (cf. II.5) d'une molécule-gramme de (CH_2O) . La quantité (A'_p) traduit la chaleur de combustion d'une molécule-gramme (fictive) de matière sèche organique du végétal. Cette relation pour une molécule-gramme entraîne la relation (II.9) pour l'unité de surface de l'étendue considérée.

Ces points étant précisés, le tableau IV ci-après définit les caractéristiques de la végétation par unité de surface qui vont servir à calculer a_p et a'_p . Ce tableau fournit aussi le symbole utilisé pour désigner chacune de ces caractéristiques. Celles-ci sont relatives à la période unitaire de croissance pour laquelle on effectue le bilan d'énergie.

TABLEAU IV.

Diverses caractéristiques de la végétation par unité de surface de l'étendue et leur symbole.

Caractéristiques	Poids (masse) de matière à l'unité de surface	Chaleur de combustion par gramme
1. Matière (CH_2O) élaborée par photosynthèse brute	P_p	ΔH_{cp} (3.733 cal)
2. Perte nette de matière par respiration $(+ O_2 - CO_2 - H_2O)$	P_r	—
3. Matière végétale sèche organique élaborée $(C_xH_yO_z)$	P'	$\Delta H'_{cp}$ (± 5.000 cal)
4. Matière végétale sèche réelle élaborée, y compris les ions minéraux	P	ΔH_c (± 4.350 cal)

Le principe de conservation de la masse appliquée aux matières organiques C, H, O permet d'écrire

$$P' = P_p - P_r. \quad (\text{III.15})$$

Posons

$$r = \frac{P_r}{P_p}. \quad (\text{III.16})$$

Nous appelons r la *respiration relative de la strate végétale*. Tenant compte de (III.16), la relation (III.15) s'écrit

$$P' = (1 - r) P_p. \quad (\text{III.17})$$

Les définitions fournies ci-dessus vont nous permettre d'établir aisément les expressions des coefficients a_p et a'_p en fonction des caractéristiques du tableau IV.

b) Expression de l'efficience photosynthétique brute a_p .

La photosynthèse brute d'une molécule-gramme de (CH_2O) , soit 30 g, fixe une énergie endothermique de 112.000 cal. L'élaboration de P_p g de (CH_2O) a donc fixé

$$A_p = \frac{112.000}{30} P_p \text{ cal.} \quad (\text{III.18})$$

Il en résulte par la relation (II.6) définissant a_p ,

$$A_p = a_p G = 3.733 P_p. \quad (\text{III.19})$$

D'où

$$a_p = 3.733 \frac{P_p}{G}. \quad (\text{III.20})$$

En traduisant P_p en fonction de P' grâce à la relation (III.17), on obtient pour l'expression cherchée

$$\boxed{a_p = \frac{3.733 P'}{1 - r} \frac{1}{G}}. \quad (\text{III.21})$$

c) Expression de l'efficience photosynthétique nette a'_p .

Écrivons que l'énergie endothermique nette A'_p est égale au produit de la chaleur de combustion $\Delta H'_{cp}$ de 1 g de matière organique sèche par le poids P' de cette matière élaboré par unité de surface. On obtient

$$A'_p = a'_p G = \Delta H'_{cp} \cdot P' = (1 - r) \Delta H'_{cp} P_p. \quad (\text{III.22})$$

Or, on peut écrire avec une bonne approximation

$$\Delta H'_{cp} \cdot P' \simeq \Delta H_c \cdot P. \quad (\text{III.23})$$

Autrement dit, la chaleur de combustion des P' grammes de matière sèche organique ($C_xH_yO_z$) est fort voisine de la chaleur de combustion des P grammes de la matière sèche réelle, y compris les ions minéraux. La chaleur de combustion de ces ions est en effet négligeable devant celle de la matière organique élaborée. On peut estimer $\Delta H'_{cp}$ à environ 5.000 cal pour la matière végétale organique normale et ΔH_{cp} à environ 4.350 cal (SMITH, 1949, pp. 76 et 77).

Les relations (III.22) et (III.23) donnent pour l'expression cherchée de a'_p

$$\boxed{a'_p = \Delta H'_{cp} \frac{P'}{G} = \Delta H_c \frac{P}{G}}. \quad (\text{III.24})$$

En divisant membre à membre (III.19) et (III.22) on obtient

$$\frac{A_p}{A'_p} = \frac{a_p}{a'_p} = \frac{1}{1-r} \frac{3.733}{\Delta H'_{cp}}. \quad (\text{III.25})$$

D'où

$$a_p = \frac{1}{1-r} \frac{3.733}{\Delta H'_{cp}} a'_p. \quad (\text{III.26})$$

d) **Exemples de détermination pratique de l'efficacité photosynthétique nette a'_p .**

La mesure de P, G et ΔH_c fournit en pratique a'_p par la relation (III.24). Par contre, a_p n'est pas déterminable, la respiration relative r , qui intervient dans (III.26), n'étant pas mesurable dans l'état actuel des méthodes écologiques.

La littérature des sciences physiologique, écologique et agronomique est extrêmement pauvre en données d'efficacité photosynthétique nette correctement établies, pour des étendues à végétaux chlorophylliens et pour divers complexes du climat et du substrat, dans les diverses régions naturelles du globe, y compris les mers et les océans. Cette carence est d'autant plus regrettable que l'efficacité photosynthétique nette offre une des caractéristiques les plus essentielles de la biosphère.

Nous voulons signifier par valeurs correctement établies de l'efficacité a'_p que cette caractéristique doit être calculée :

- a) Pour des étendues végétales et non pour des plantes en pots;
- b) En tenant compte de toute la matière sèche formée, y compris les racines;

c) Pour des valeurs de rayonnement global correctement déterminées au cours de la période de croissance considérée, en utilisant des solarigraphes précis à pile thermoélectrique comme instrument de référence;

d) Pour des chaleurs de combustion directement mesurées à la bombe calorimétrique sur les matières sèches étudiées.

A l'exception du dernier point, les données résumées au tableau V et acquises au Centre de Recherches de l'I.N.É.A.C. à Yangambi, satisfont à ces conditions. Elles sont relatives à des strates végétales (cultures). Elles sont basées sur des déterminations de matière sèche totale, y compris les racines, et effectuées à partir d'échantillons moyens importants. En outre, le rayonnement global journalier moyen, pour la période de croissance, a été déterminé par référence aux enregistrements du solarigraphe étalonné et à pile thermoélectrique de la Station centrale d'écoclimatologie de Yangambi.

Les résultats du tableau V établissent que l'efficienne photosynthétique nette de diverses cultures est à Yangambi de l'ordre du pour cent. Cet ordre de grandeur correspond bien à celui de 0,8 % donné par RABINOWITCH (1951, pp. 1003-1008) en conclusion d'une revue des résultats de la littérature. De l'examen plus détaillé des résultats du tableau V, on peut conclure qu'à Yangambi l'efficienne photosynthétique nette semble tendre vers un maximum de 2 % lorsque le sol augmente en fertilité et lorsque les densités de plantation à l'hectare deviennent très fortes. Ces conditions assurent en effet rapidement après le semis une fermeture du couvert végétal. Elles réalisent plus tôt la densité maximum du voile chlorophyllien, réalisable sous un climat lumineux donné. A cette densité limite correspond la saturation du milieu par la chlorophylle et la captation maximum de photons utiles pour la photosynthèse.

Une conclusion pratique à dégager de ces résultats, pour l'application à une étendue naturelle de l'équation du bilan d'énergie, est qu'on peut toujours négliger a'_p dans l'équation lorsque la précision requise sur V autorise une erreur de quelques unités pour cent, mais seulement *pour des étendues à découvert*.

Nous allons montrer l'importance de cette dernière restriction en établissant que a'_p n'est plus négligeable pour des plantes croissant sous de forts ombrages. Le tableau VI résume à cet égard des résultats obtenus à Yangambi pour l'efficienne a'_p du recru forestier croissant sous l'ombrage de diverses plantations clonales (1) d'hévéas. Précisons la méthode d'acquisition de ces résultats (BERNARD et PICHEL, 1949).

(1) Rappelons pour le lecteur non agronome qu'on désigne par clone l'ensemble des plantes issues d'une plante mère par multiplication *végétative*.

TABLEAU V.

Efficience photosynthétique nette a'_p de diverses cultures de pleine lumière à Yangambi (1).

Type de culture	Densité de plantation	Période de croissance	Nombre de jours	Poidssec en tonnes		Cal./jour cm ²		$a'_p = \frac{A'_p}{G}$
				ha	ha./ année	endoth. A'_p	incid. G	
<i>a) Cultures à densité normale :</i>								
1. Plantules de palmier à huile ...	400/m ²	15.V-18.VIII.54	95	2,52	9,7	3,22	312	0,55
2. Riz sur sol sablo-argileux ...	125.000 poquets/ha	1.IX-30.XI.53	90	5,69	23,1	2,75	437	0,63
3. Riz sur sol argileux ...	125.000 poquets/ha	22.VII-18.X.54	88	7,47	31,0	3,69	378	0,98
4. Arachide ...	125.000 poquets/ha	2.IV-29.VI.54	88	11,19	46,4	5,53	391	1,41
5. Maïs ...	20.000 pieds/ha	25.III-19.VI.54	77	5,85	27,7	3,06	402	0,76
<i>b) Cultures à très forte densité :</i>								
6. Maïs, 1 dose d'engrais ...	63.500 pieds/ha	23.VIII-23.XI.53	92	11,30	44,8	5,34	428	1,25
7. Maïs, 2 doses d'engrais ...	63.500 pieds/ha	23.VIII-23.XI.53	92	14,22	56,4	6,43	428	1,57
8. Maïs, 3 doses d'engrais ...	63.500 pieds/ha	23.VIII-23.XI.53	92	15,17	60,2	7,17	428	1,67
9. Maïs, sans engrais ...	160.000 pieds/ha	5.IV-3.VII.53	89	15,52	63,6	7,59	387	1,96
10. Maïs, avec engrais ...	160.000 pieds/ha	5.IV-3.VII.53	89	16,96	69,6	8,29	387	2,14

(1) Les données de poids sec ayant permis le calcul de a'_p ont été mesurées par :

1. M. DUPRIEZ de la Division du Palmier à huile, 2 à 5. MM. PELLERENTS et DOHET de la Division des Plantes vivrières.
- 6 à 10. M. RINGOET de la Division de Physiologie végétale.

Les valeurs de la radiation globale moyenne pour les périodes de croissance ont été calculées par notre collaborateur M. FRÈRE de la Division de Climatologie.

Nous remercions nos collègues pour leur obligeante collaboration et particulièrement MM. les Chefs de Division GEORGEY, MARYNEN et RINGOET qui nous ont communiqué ces données inédites.

Définissons d'abord l'éclairement relatif g d'un habitat écologique par le rapport

$$g = \frac{(G)}{G}, \quad (\text{III.27})$$

G étant le rayonnement global standard et (G) symbolisant le rayonnement global mesuré dans les conditions réelles de l'habitat. Nous proposons d'appeler (G) le *rayonnement global écologique*. Au moyen de luxmètres (photoéléments de LANGE), on a mesuré les divers éclairements relatifs \bar{g}_L , en valeur moyenne, sous l'ombrage des diverses plantations clonales d'hévéas. On procédait comme suit. Deux luxmètres comparables mesuraient simultanément le rayonnement global écologique au-dessus du recru et le rayonnement global standard à découvert. Désignons par (L_G) et par L_G les réponses respectives de ces luxmètres pour un cas d'observation. L'éclairement relatif correspondant g_L est défini par la relation

$$g_L = \frac{(L_G)}{L_G}. \quad (\text{III.28})$$

En effectuant une série de dix observations semblables sous le couvert de chacun des clones et à chaque heure de quatre journées entre 6 et 18 heures, on a obtenu les éclairements relatifs moyens

$$\bar{g}_L = \frac{(\bar{L}_G)}{L_G}. \quad (\text{III.29})$$

Les valeurs moyennes \bar{g}_L ainsi calculées sont données en pour cent à la seconde colonne du tableau VI, le nom du clone correspondant étant placé en regard dans la première colonne. Les onze clones étudiés ont été rangés par ordre d'éclairement relatif décroissant.

Le recru forestier croissant sous les hévéas était recépé tous les six mois à 70 cm au-dessus du sol. La troisième colonne exprime les poids à l'hectare de la matière sèche recépée lors de la douzième coupe semestrielle et dont la période de croissance allait du début mars 1948 à début septembre 1948. Dans la quatrième colonne, ces poids sont ramenés en grammes de matière sèche produite par cm^2 et par jour. Ces valeurs, multipliées par 4.350 cal, donnent l'énergie endothermique nette correspondante (5^e colonne). Enfin, le rayonnement global écologique ayant éclairé le recru sous les divers clones est exprimé en cal/cm^2 jour à la sixième colonne. Ce rayonnement a été calculé pour la période de croissance par la relation

$$(\bar{G})_L = \bar{g}_L \bar{G}, \quad (\text{III.30})$$

TABLEAU VI.

**Augmentation de l'efficacité photosynthétique nette
du recru forestier avec la diminution de son éclairciment relatif
sous des plantations clonales d'hévéas
à cime de plus en plus dense (INÉAC, Yangambi).**

Clone	Éclairciment relatif \bar{g}_L (%) du recru	Production du recru en 6 mois/ha (t)	Production en $\frac{P}{cm^2 \cdot jour}$ (en 10^{-4} g)	Énergie endothermique $\frac{A_p}{P} = \frac{\Delta H_c}{P \cdot jour}$ en cal/cm ²	$(G)_L$ en cal/cm ² jour	$(a'_p)_L$ (%)
Y. 284/69	21,80	3,38	1,70	0,74	83,9	0,88
Y. 3/46	8,33	3,31	1,81	0,79	32,1	2,50
BD. 5	7,43	3,11	1,70	0,74	28,6	2,60
M. 1	6,01	3,38	1,85	0,81	23,1	3,50
M. 8	3,56	2,88	1,58	0,69	13,7	5,00
Tj. 1	2,93	2,58	1,41	0,62	11,3	5,50
Av. 152	2,31	2,15	1,18	0,51	8,9	5,70
Y. 24/44	2,04	2,54	1,39	0,61	7,8	7,80
Av. 49	1,64	2,15	1,18	0,51	6,3	8,10
Tj. 16	1,56	2,06	1,13	0,49	6,0	8,20
BR. 1	1,39	2,58	1,41	0,62	5,4	11,50

\bar{G} étant le rayonnement global journalier moyen entre le 1^{er} mars et le 1^{er} septembre 1948 (385 cal/cm² jour).

La dernière colonne du tableau fournit les diverses efficacités photosynthétiques nettes sous l'ombrage des divers clones étudiés. Ces efficacités ont été obtenues en appliquant la relation (III.24)

$$(a'_p)_L = \Delta H_c \frac{P}{(G)_L} \cdot \quad (III.31)$$

Remarquons que les valeurs $(a'_p)_L$ ainsi obtenues diffèrent des efficacités vraies (a_p) et sont vraisemblablement sous-estimées. D'abord, la production en six mois de matière végétale sèche par le recru a été établie en séchant et en pesant la matière recépée à 0,70 m au-dessus du sol. Les poids cités ne tiennent donc aucun

compte de la croissance en six mois : 1° du système racinaire; 2° de la partie végétative du recru que la coupe laisse sur pied. En second lieu, les valeurs $(\bar{G})_L$ déterminées par la relation (III.30) diffèrent des valeurs vraies (\bar{G}) .

En effet, la relation (III.11) permet d'écrire

$$(G) = (l_G) (L_G), \quad (\text{III.32})$$

$$G = l_G L_G. \quad (\text{III.33})$$

D'où, en divisant membre à membre et d'après les relations (III.27) et (III.28),

$$g = \frac{(l_G)}{l_G} g_L. \quad (\text{III.34})$$

Or le coefficient d'équivalence (l_G) d'un lux en cal/cm² min pour la lumière filtrée par le couvert des hévées diffère du coefficient l_G pour la pleine lumière. La lumière filtrée par les cimes des hévées est en effet qualitativement enrichie en radiations vertes pour lesquelles la cellule au sélénium du luxmètre accuse un maximum très net de sensibilité. Cet enrichissement relatif en radiations vertes de la lumière incidente sur le recru est dû à l'absorption photosynthétique plus active par la chlorophylle du couvert des radiations bleues (maximum d'absorption vers 0,43 μ) et des radiations rouges (maximum d'absorption vers 0,66 μ). A cet égard, ORTH (1939) a observé des courbes de composition spectrale de la lumière filtrée par les frondaisons de forêts congolaises qui mettent ces faits bien en évidence. Le rayonnement infrarouge de 0,76 à 3 μ est aussi fortement réfléchi par les feuilles, particulièrement vers 0,8 μ . Mais alors que la cellule au sélénium a son maximum de sensibilité dans le vert, elle est pratiquement insensible à ce rayonnement infrarouge. Les deux effets se compensent donc et seule l'expérience peut décider de la prépondérance d'un effet sur l'autre. Comme on peut écrire $(l_G) \neq l_G$, la relation (III.34) donne

$$g \neq g_L. \quad (\text{III.35})$$

D'où, par les relations (III.27) et (III.30),

$$(\bar{G}) = \bar{g} \bar{G} \neq (\bar{G})_L = \bar{g}_L \bar{G}. \quad (\text{III.36})$$

Le rayonnement global écologique $(\bar{G})_L$ au dénominateur du second membre de (III.31) étant sans doute assez voisin de (G) et le poids P au numérateur étant au contraire nettement sous-estimé, il en résulte que les valeurs $(a'_p)_L$ du tableau VI sont probablement trop faibles.

On doit conclure des résultats de ce tableau que, dans l'équation du bilan énergétique, l'efficacité photosynthétique nette devient d'autant moins négligeable pour la végétation croissant sous ombrage que celui-ci devient plus fort.

e) **Le coefficient d'utilisation photosynthétique u_p .**

Montrons maintenant que, même pour des strates végétales denses et vivant en pleine lumière, l'énergie E_p des photons *utilisés* en photosynthèse par unité de surface représente une part du rayonnement global bien plus considérable qu'on pourrait le soupçonner.

La relation (II.7) peut encore s'écrire, en divisant par E_p les deux membres,

$$\varepsilon_p = \frac{A_p}{E_p} = 1 - \frac{H_p}{E_p}. \quad (\text{III.37})$$

Le rapport A_p/E_p de l'énergie endothermique de la photosynthèse brute à l'énergie des photons utilisés est appelé le *facteur de conversion d'énergie* (RABINOWITCH, 1951, chap. 29, p. 1083). Nous le désignerons par ε_p . Nous proposons d'appeler le rapport E_p/G le *coefficient d'utilisation photosynthétique* de la végétation chlorophyllienne de l'étendue et de le désigner par u_p . On peut donc écrire

$$u_p = \frac{E_p}{G} = \frac{E_p}{A_p} \cdot \frac{A_p}{G} = \frac{1}{\varepsilon_p} a_p. \quad (\text{III.38})$$

Remplaçons dans cette relation a_p par son expression (III.26) en fonction de a'_p . Il vient

$$u_p = \frac{1}{\varepsilon_p} \frac{1}{1 - r} \frac{3.733}{\Delta H'_{cp}} a'_p. \quad (\text{III.39})$$

RABINOWITCH (1951, chap. 29, p. 1124) signale que des expériences de détermination de ε_p effectuées par TONNELAT permettent d'assigner à ce facteur une valeur d'environ 0,30. D'autre part, les indications de la littérature autorisent à considérer qu'une valeur $r = 0,50$ de la respiration relative est normalement réalisable dans les conditions naturelles. La matière organique (C, H, O) des végétaux répond en moyenne à la composition suivante : C : 50 %; H : 7 %; O : 43 %. Cette matière peut être considérée comme ayant une chaleur de combustion $\Delta H'_{cp}$ de l'ordre de 5.000 cal/g. Avec

ces valeurs numériques, le coefficient de a'_p , dans (III.39) devient égal à

$$\frac{1}{0,30} \times \frac{1}{0,50} \times \frac{3733}{5000} = 5.$$

En remplaçant a'_p dans (III.39) par sa valeur expérimentale de 2 % trouvée à Yangambi pour des strates végétales denses (tableau V), l'ordre de grandeur du coefficient d'utilisation photosynthétique de telles strates devient égal à

$$u_p \simeq 5 \times 0,02 = 0,10. \quad (\text{III.40})$$

Or, l'énergie du rayonnement global G se compose : 1° de l'énergie $G_{(UV)}$, des radiations ultraviolettes [domaine (UV) de 0,30 à 0,40 μ], 2° de l'énergie $G_{(v)}$, des radiations visibles [domaine (v) de 0,40 à 0,76 μ], 3° de l'énergie $G_{(IR)}$, des radiations infrarouges [domaine (IR) de 0,76 à 3 μ]. On peut donc écrire

$$G = G_{(UV)} + G_{(v)} + G_{(IR)}. \quad (\text{III.41})$$

Le domaine (UV) + (v), de 0,30 à 0,76 μ , est celui de l'absorption photosynthétique sélective des pigments chlorophylliens. Caractérisons ce domaine par l'indice c . La relation (III.41) peut alors s'écrire

$$G = G_{(c)} + G_{(IR)}. \quad (\text{III.42})$$

Dans le rayonnement global incident à la surface du globe, on peut considérer que $G_{(c)}$, et $G_{(IR)}$, représentent chacun environ 50 % de G , de sorte que le rapport $G/G_{(c)}$, est de l'ordre de 2. Comme on peut écrire

$$\frac{E_p}{G_{(c)}} = \frac{G}{G_{(c)}} \times \frac{E_p}{G}, \quad (\text{III.43})$$

il vient

$$\frac{E_p}{G_{(c)}} \simeq 2 \times 0,10 \simeq 0,20. \quad (\text{III.44})$$

Nous devons donc conclure à ce fait surprenant et soulignons-le, à base expérimentale, que l'énergie des photons *consommés* par la photosynthèse d'une strate végétale dense, croissant en pleine lumière, pourrait représenter en moyenne 20 % environ des photons utilisables incidents ! Pour une strate végétale se développant sous un éclairage relatif faible, ce pourcentage doit être plus élevé encore et peut-être tend-il vers 100 % de $(1 - a)$ ($G_{(c)}$) aux éclaire-

ments relatifs les plus faibles. Autrement dit, la plupart des photons utilisables non réfléchis par la strate et donc absorbés par le feuillage seraient alors utilisés à la photosynthèse.

Il convient de remarquer que E_p représente la caractéristique photosynthétique à considérer dans le problème de l'appauvrissement en photons utilisables du rayonnement traversant l'épaisseur d'une strate végétale ou celle de strates végétales superposées.

f) Le coefficient d'activité métabolique a_m des hétérotrophes.

Précisons d'abord que nous utilisons ici l'expression d'hétérotrophes en opposition essentielle aux plantes à chlorophylle, les vrais autotrophes de la nature, capables de photosynthèse. Certes, diverses bactéries du sol bien que démunies de chlorophylle peuvent aussi effectuer la synthèse de leur propre substance par voie purement chimique. Mais elles utilisent à cette synthèse l'énergie exothermique des réactions de décomposition de matières organiques du sol, réactions induites par une microflore et une microfaune d'hétérotrophes.

Dans la relation (II.10) de définition $a_m = Q_m/G$, Q_m représente plus précisément le bilan net de la chaleur dégagée à l'unité de surface par le complexe métabolique des êtres hétérotrophes et des êtres autotrophes non chlorophylliens.

L'importance du coefficient a_m relativement à a'_p peut varier notablement selon les qualités du sol, les conditions climatiques et les méthodes culturales. Considérons par exemple le cas de la mise en culture du sol, en région équatoriale forestière, après abattage d'une lourde sylvie représentant 1.000 tonnes de matières végétales sèches à l'hectare. Supposons que ces matières soient entièrement décomposées en 16-17 ans. Cette vitesse de décomposition correspond à 60 tonnes à l'hectare par année (cf. BEIRNAERT, 1941, pp. 40 et 42) de matières « brûlées » avec libération d'une chaleur d'environ 4.350 cal/g. Ce dégagement Q_m de chaleur représente 7 calories par jour, soit 1,8 % de la radiation globale.

g) Le coefficient d'activité métabolique totale μ .

Ce coefficient était défini par la relation (II.13), comme différence entre a'_p et a_m ,

$$\mu = a'_p - a_m.$$

Il peut devenir négatif lorsque l'efficacité photosynthétique nette est plus faible que le coefficient d'activité métabolique des hétérotrophes. Cela pourrait être le cas par exemple pour une jeune culture

croissant sur un sol abondamment couvert de matières végétales en décomposition.

Pour la végétation naturelle d'une région du globe, végétation ayant atteint son état d'équilibre avec les conditions du sol et du climat (végétation climax), la relation

$$\alpha'_p = \alpha_m \quad (\text{III.45})$$

s'applique rigoureusement en moyenne annuelle. En effet, par définition même du climax, l'état d'équilibre dynamique réalisé impose que la masse totale de matière végétale sur pied, par unité de surface de l'étendue, soit invariable en moyenne annuelle. La production annuelle de matière végétale doit donc compenser exactement la disparition de matières végétales mortes retournant au sol et s'y décomposant. D'où la relation (III.45). Il en résulte que l'équation du bilan d'énergie s'écrit rigoureusement, en moyenne annuelle, pour les étendues naturelles du globe, à végétation climax,

$$V = [(1 - \alpha) G - N] - K, \quad (\text{III.46})$$

les quantités Q_i et Q_t de l'équation (II.22) étant aussi rigoureusement nulles en moyenne annuelle.

La quantité entre crochets au second membre de (III.46) s'appelle le *bilan de rayonnement* de l'étendue et se désigne par B,

$$B = (1 - \alpha) G - N. \quad (\text{III.47})$$

Au cours de la nuit, G étant nul, le bilan de rayonnement devient égal à $-N$. C'est pourquoi il est légitime d'appeler *rayonnement nocturne* le rayonnement thermique effectif se produisant au cours de la nuit. Cette expression ne doit pas être interprétée dans le sens « le rayonnement qui ne s'exerce que la nuit ». Il est évident que tous les échanges d'énergie par rayonnement thermique s'exercent à chaque instant durant la journée et durant la nuit. C'est la permanence de ces échanges qui, nous allons le voir, confère un ordre de grandeur si important aux divers termes de rayonnement thermique pour le jour entier, par rapport au rayonnement global de référence.

4. LE RAYONNEMENT THERMIQUE EFFECTIF N

a) Rappel des formules de base.

Le rayonnement thermique effectif jouit d'un ordre de grandeur principal dans le bilan. Rappelons que ce rayonnement est donné par (II.20) :

$$\boxed{\begin{aligned} N &= N_s - (1 - \alpha_N) N_A, \\ N_s &= \epsilon_s \sigma T_s^4 \\ N_A &= \epsilon_A \sigma T_A^4 \end{aligned}} \quad (\text{III.48})$$

Les quantités N_s et N_A mesurent les rayonnements thermiques de la surface et de l'atmosphère; T_s et T_A , ϵ_s et ϵ_A expriment les températures absolues et les pouvoirs émissifs correspondants.

Si l'on envoie sur une surface de pouvoir émissif ϵ_s le rayonnement σT^4 d'un corps noir à même température que la surface, celle-ci ne peut absorber que la part $\epsilon_s \sigma T^4$ de ce rayonnement (loi de KIRCHHOFF). Il faut donc qu'une énergie $(1 - \epsilon_s) \sigma T^4$ soit réfléchiée par la surface. Si l'atmosphère était un corps noir à même température que la surface naturelle, on pourrait donc écrire

$$1 - \epsilon_s = \alpha_N. \quad (\text{III.49})$$

En remplaçant N_s et N_A par leur expression (III.48) dans la relation (III.48) donnant N et tenant compte de (III.49), on obtiendrait alors pour le rayonnement thermique effectif

$$N = \epsilon_s \sigma [T_s^4 - \epsilon_A T_A^4]. \quad (\text{III.50})$$

En fait, les relations (III.49) et (III.50) ne sont qu'approchées car l'atmosphère est loin d'être assimilable à un corps noir et sa température T_A peut différer assez notablement de T_s .

b) **Ordre de grandeur du rayonnement terrestre N_s .**

Le tableau VII donne la radiance du corps noir en cal/cm² min pour les températures croissant de 10° C entre -10 et +60° C.

TABLEAU VII.
Radiance du corps noir N^* en cal/cm² min entre -10 et +60 °C.

t°	- 10	0	+ 10	+ 20	+ 30	+ 40	+ 50	+ 60
N^*	0,39	0,45	0,52	0,60	0,69	0,78	0,88	1,00

Ces valeurs extraites de LIST (1951, p. 413) ont été calculées par les relations (II.15) et (II.16),

$$N^* = \sigma T^4 \quad (\sigma = 0,8132 \cdot 10^{-10}). \quad (\text{III.51})$$

Le rayonnement thermique des corps terrestres est émis à peu près comme celui du corps noir, le pouvoir émissif ϵ_s de ces corps étant compris entre 0,90 et 1,00. MÖRIKOFER (1939, pp. 4016 et 4018) cite, par exemple, les valeurs ci-après de ϵ_s : 0,92 pour l'eau, 0,89 pour du sable, 0,96 à 0,98 pour du gazon, 0,96 pour des forêts. MAQUENNE (1875, p. 1357) a été le premier à mesurer le pouvoir émissif des feuilles et a trouvé des valeurs de l'ordre de 0,94 à 0,98, valeurs confirmées depuis par FALCKENBERG (1928).

Les valeurs du rayonnement terrestre N_s sont donc du même ordre de grandeur que les valeurs correspondantes de N^* du tableau VII pour les mêmes températures $t_s^\circ = t^\circ$. Or, en chaque endroit du globe, du moins entre les latitudes $-66^\circ33'$ à $+66^\circ33'$, le rayonnement global en $\text{cal/cm}^2 \text{ min}$ s'annule chaque jour au lever et au coucher du soleil en passant — en moyenne vers midi — par un maximum ne dépassant pas $2,00 \text{ cal/cm}^2 \text{ min}$. Il en résulte que le rayonnement terrestre est régulièrement supérieur en valeur absolue au rayonnement global en début et en fin de journée.

c) Ordre de grandeur du rayonnement atmosphérique N_A . Formules empiriques.

Le rayonnement atmosphérique N_A est aussi du même ordre de grandeur que N_s puisque la même relation de STEFAN (III.48) sert à l'exprimer. Toutefois, le pouvoir émissif de l'atmosphère

$$\epsilon_A = \frac{N_A}{\sigma T_A^4} \quad (\text{III.52})$$

est plus faible que pour les corps terrestres. Il varie en outre avec les conditions physiques de l'atmosphère susceptibles de caractériser les propriétés de celle-ci pour l'absorption thermique du rayonnement terrestre et partant pour l'émission de son contre-rayonnement. Parmi ces conditions, la teneur en vapeur d'eau de l'atmosphère, gaz ayant des bandes d'absorption très importantes dans l'infrarouge thermique, est de loin déterminante.

On conçoit donc que plusieurs auteurs aient cherché à exprimer le rayonnement atmosphérique du ciel serein en partant d'une formule empirique de la forme

$$\epsilon_a = \frac{N_A}{\sigma T_a^4} = f(e), \quad (\text{III.53})$$

ϵ_a étant un pouvoir émissif rapporté à la température absolue de l'air T_a mesurable sous l'abri météorologique et e étant la tension de vapeur mesurable également sous l'abri. L'avantage d'une forme telle que (III.53) est de permettre l'estimation de N_A à partir des données météorologiques courantes (T, e).

Deux formes principales ont été proposées pour $f(e)$. La première est celle d'ANGSTRÖM (1915),

$$f(e) = \frac{N_A}{\sigma T_a^4} = A - B \cdot 10^{-\gamma e}, \quad (\text{III.54a})$$

A, B, γ ayant les valeurs empiriques (e en mb),

$$A = 0,81; \quad B = 0,24; \quad \gamma = 0.052. \quad (\text{III.54b})$$

BOLZ et FALCKENBERG (1949) ont obtenu les valeurs plus récentes (e en mb) $A = 0,82; \quad B = 0,25; \quad \gamma = 0,0945,$ (III.54c)

qui fournissent des résultats de 4 à 7 % plus élevés pour le contre-rayonnement atmosphérique. La seconde forme est celle de BRUNT (1932),

$$f(e) = \frac{N_A}{\sigma T_a^4} = a + b \sqrt{e} \quad (\text{III.55a})$$

avec les valeurs moyennes pour e en mb (BRUNT, 1939, p. 136),

$$a = 0,44; \quad b = 0,080. \quad (\text{III.55b})$$

Les formes d'ANGSTRÖM et de BRUNT ont toutes deux reçu leur justification théorique approchée. Elles fournissent des résultats qui diffèrent de quelques pour cent. Prenons, par exemple, $T = 273 + 25^\circ = 298^\circ \text{ K}$ et $e = 25 \text{ mb}$, valeurs moyennes en régions équatoriales. On a alors

$$\sigma T_a^4 = 0,641 \text{ cal/cm}^2 \text{ min} = 923 \text{ cal/cm}^2 \text{ jour},$$

ce qui donne les résultats du tableau ci-après (colonnes 1 à 4).

TABLEAU VIII.

Valeurs comparées
de N_A et de N_0 par jour serein, en régions équatoriales (25° C et 25 mb),
par les trois formules A, BF, B

Formules	σT_a^4 cal/cm ² jour	$\frac{N_A}{\sigma T_a^4}$	N_A en cal/cm ² jour	N_0 en cal/cm ² jour
ANGSTRÖM	923	0,80	738	185
BOLZ-FALCKENBERG ..	923	0,82	757	166
BRUNT	923	0,84	775	148

Ces valeurs s'appliquent pour des jours à ciel serein. Elles montrent l'importance énergétique considérable du contre-rayonnement atmosphérique journalier. Celui-ci est de l'ordre de 750 cal/cm^2 par jour, alors que le rayonnement global par journée sereine est, en régions équatoriales, de l'ordre de 500 à 600 cal/cm^2 .

d) **Ordre de grandeur du rayonnement effectif N . Formules empiriques.**

Le rayonnement thermique effectif N_0 par ciel serein se détermine empiriquement, en posant une expression de la forme

$$N_0 = \sigma T_a^4 - N_A \quad (\text{III.56})$$

dont le caractère arbitraire apparaît par comparaison avec l'expression rigoureuse (III.48). L'avantage pratique de la forme (III.56) est de permettre l'emploi des expressions empiriques de $f(e)$ comme (III.54a) ou (III.55a). On peut écrire en effet, en mettant σT_a^4 en évidence au second membre de (III.56),

$$N_0 = \sigma T_a^4 \left(1 - \frac{N_A}{\sigma T_a^4} \right). \quad (\text{III.57})$$

Il suffit maintenant de remplacer $N_A/\sigma T_a^4$ par les expressions (III.54a) ou (III.55a) pour obtenir les formules empiriques ci-après de N_0 ,

$$N_0 = \sigma T_a^4 [(1 - A) + B \cdot 10^{-\gamma e}], \quad (\text{III.58})$$

$$N_0 = \sigma T_a^4 [(1 - a) - b \sqrt{e}]. \quad (\text{III.59})$$

Les valeurs de N_0 calculées par ces formules pour $t^0 = 25^\circ \text{ C}$, $e = 25 \text{ mb}$ et pour les valeurs (III.54b), (III.54c) et (III.55b) des coefficients, sont données dans la dernière colonne du tableau VIII. La perte d'énergie journalière par le rayonnement effectif peut donc représenter en régions équatoriales, par ciel serein, 25 à 40 % du rayonnement global.

L'effet des nuages sur N est fort important. On l'introduit par une relation de la forme

$$N_n = N_0 (1 - k \cdot n) = N_0 [(1 - k) + kn], \quad (\text{III.60})$$

n étant la nébulosité en dixièmes de ciel couvert, I l'insolation et k un coefficient qui dépend du genre des nuages et de leur hauteur (cf. GEIGER, 1950, pp. 17 et suiv.). La plus grande incertitude sur la détermination empirique de N est évidemment introduite par le facteur de nébulosité.

L'équation aux erreurs (II.28) donne comme terme principal de l'erreur sur l'évaporation résultant d'une erreur dN sur N :

$$dV = -dN. \quad (\text{III.61})$$

Par exemple, l'écart de 37 cal/cm² jour sur N₀ entre les formules d'ANGSTRÖM et de BRUNT (tableau VIII) représente une erreur sur V très importante de 0,65 mm/jour.

Il se dégage ainsi de cette discussion que la détermination de N par formules empiriques est dangereuse si l'on applique celles-ci sans l'attention requise. Cette méthode pratique peut conduire à des résultats satisfaisants, à condition de rétablir formule et coefficients : 1° pour le type de climat dans lequel on veut appliquer la méthode du bilan d'énergie; 2° pour la surface naturelle étudiée, car les propriétés physiques et biologiques de celle-ci conditionnent son rayonnement effectif de température en modifiant la température radiative.

e) La détermination instrumentale des termes du rayonnement thermique.

Il est donc hautement souhaitable de pouvoir procéder chaque fois que possible à la mesure directe des divers termes du rayonnement thermique par des instruments appropriés. Nous renvoyons aux traités spéciaux pour la description et la théorie de ces instruments, nous contentant ici d'en donner un bref aperçu (cf., par exemple, MÖRIKOFER, 1939, chap. IV, p. 4142; ALBRECHT, in KLEIN-SCHMIDT, 1935, pp. 168-179).

Les *pyrgéomètres* (Pyrgeometer) mesurent le rayonnement effectif N. Le plus connu est le pyrgéomètre à compensation inventé par K. ANGSTRÖM en 1905, qui mesure N la nuit seulement, en l'absence de tout rayonnement court. A. ANGSTRÖM a modifié cet instrument en 1927 pour en permettre l'emploi pendant la journée. Il a en outre créé le pyrgéomètre à distillation « Tulipan », qui totalise le rayonnement nocturne N émis.

Il est intéressant de noter ici que le simple thermomètre à minima et à liquide incolore, placé au-dessus du gazon et lu comme thermomètre ordinaire indiquerait, selon ROBINSON (1950), une température voisine de la température radiative T_s de la surface du gazon. La variation standard des écarts est de 1,5° C en plein soleil et de 0,75° C dans les autres conditions. Or, 1° C d'erreur sur T_s entraîne sur N_s $\simeq \sigma T_s^4$ une erreur d'environ 1,4 % seulement. Le thermomètre à minima serait ainsi un bon instrument de mesure du rayonnement N_s.

Les *pyranomètres effectifs* (Effektivpyranometer) fournissent G — N. Le plus connu est celui d'ALBRECHT, qui se prête à l'enregistrement.

Le principal défaut des instruments cités est qu'en fait, d'après leur principe même de fonctionnement, ces instruments mesurent leur rayonnement effectif propre,

$$N_i = \varepsilon_i \sigma T_i^4 - (1 - a_{Ni}) N_a \simeq N, \quad (\text{III.62})$$

les termes en indice i de cette relation étant relatifs aux surfaces rayonnantes de l'instrument lui-même.

Les *bilanmètres* (Strahlungsbilanzmesser) ont le grand avantage de mesurer directement par leur principe le bilan complet du rayonnement de l'étendue naturelle observée, tel que défini par la relation (III.47). La théorie de cet ingénieux instrument, réalisé par ALBRECHT (1933) et fondamental pour l'application pratique précise de la méthode du bilan d'énergie, sera donnée dans la seconde partie de cet ouvrage. Cette théorie constitue d'ailleurs une belle illustration de la méthode lorsque l'évaporation V est nulle.

La mesure simultanée de G et de aG par un solarigraphe et un albédomètre donne le rayonnement thermique effectif

$$N = (1 - a) G - B. \quad (\text{III.63})$$

Un type de bilanmètre perfectionné a été réalisé par l'Observatoire de Physique Météorologique de Davos (cf. MÖRIKOFER, 1951).

5. LA CHALEUR K ÉCHANGÉE AVEC L'AIR

L'échange de chaleur entre les surfaces particulières des corps composant l'étendue et les couches d'air qui les surmontent s'effectue, dans les couches limites, par diffusion moléculaire (conduction) et, dans la couche turbulente, par diffusion ou convection turbulente. Ces transports de chaleur comme ceux de la vapeur d'eau sont des effets d'aspects différents d'une cause commune : la diffusion du mouvement des molécules ou des petites masses d'air turbulentes. On conçoit donc que les lois régissant ces transports de calories et de vapeur d'eau présentent beaucoup d'analogie.

a) La diffusion moléculaire de la chaleur au sein d'un gaz simple.

Considérons un gaz simple surmontant une surface lisse et uniforme et dont le mouvement dans le sens ox crée une couche laminaire limite. Soit oz la normale orientée vers le haut (fig. 1). Supposons encore que les variations de température dans le sens ox ou oy soient nulles, les seules variations de température se réalisant le long de la normale oz . On montre alors que la densité du flux de calories $\mathfrak{D}_{n,1}$ ayant traversé par unité de temps l'unité de surface d'un plan de niveau z du côté négatif au côté positif, par diffusion moléculaire d'énergie cinétique des molécules sous l'effet d'un gradient $\partial T/\partial z$ au niveau z , est donnée par une loi de la forme

$$\boxed{\mathfrak{D}_{n,1} = - k_1 \frac{\partial T}{\partial z}} , \quad (\text{III.64})$$

le coefficient de proportionnalité k_1 étant le coefficient de conductivité thermique du gaz simple considéré (cf. CHAPMAN et COWLING, 1952, p. 103). La loi (III.64) s'appelle la loi de FOURIER.

b) La diffusion moléculaire de la chaleur au sein d'un mélange de deux gaz simples, à pression totale constante.

De même que la loi de la diffusion fickienne (I.23) ou (I.32) ne s'applique que si le mélange gazeux est isotherme, la loi de FOURIER (III.64) de la conductivité calorifique ne s'applique que pour un gaz simple. Les processus de diffusion qui s'accomplissent au sein d'un mélange de deux gaz simples 1 et 2 contribuent au flux calorifique. La loi générale du transport de chaleur par diffusion au sein du mélange s'écrit (CHAPMAN et COWLING, 1952, p. 145)

$$\mathfrak{D}_{h,12}^* = -k_{12} \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{5}{2} kT (n_1 \bar{W}_1 + n_2 \bar{W}_2) + k n T k_T (\bar{W}_1 - \bar{W}_2). \quad (\text{III.65})$$

Dans cette relation, k_{12} est un coefficient de conductivité thermique relatif au mélange et homologue de k_1 dans (III.64). Les quantités \bar{W}_1 et \bar{W}_2 mesurent les composantes sur oz de la vitesse moyenne des molécules respectives des gaz 1 et 2, cette vitesse moyenne étant rapportée à la vitesse de masse w_0 du mélange gazeux,

$$\bar{W}_1 = w_1 - w_0, \quad (\text{III.66a})$$

$$\bar{W}_2 = w_2 - w_0. \quad (\text{III.66b})$$

Précisons que la vitesse de masse w_0 du mélange est définie par la relation (CHAPMAN et COWLING, p. 44)

$$\rho w_0 = \rho_1 w_1 + \rho_2 w_2. \quad (\text{III.67})$$

La densité du flux calorifique $\mathfrak{D}_{h,12}^*$ donné par (III.65) est rapportée à cette vitesse de masse (flux calorifique barycentrique). L'analyse de l'expression (III.65) montre que la densité du flux calorifique résulte de trois causes : 1° le flux calorifique normal dû aux différences de température au sein du mélange gazeux, 2° un flux de chaleur dû au transport diffusif de $(n_1 \bar{W}_1 + n_2 \bar{W}_2)$ molécules, chacune convoyant en moyenne $5/2 kT$ d'énergie calorifique, 3° un flux de chaleur dû à l'effet de thermodiffusion au sein du mélange. L'analogie de réciprocité est parfaite entre les termes composant le flux de diffusion de matière (I.35a) et le flux calorifique (III.65).

Lorsque la pression totale reste constante au cours des processus de diffusion, l'équation (III.65) peut être transformée comme suit en fonction de grandeurs plus concrètes. Rapportons la densité du

flux calorifique à la vitesse moléculaire moyenne \bar{w} au lieu de w_0 . Le terme en $(n_1\bar{W}_1 + n_2\bar{W}_2)$ disparaît dans (III.65) (cf. CHAPMAN et COWLING, p. 146). Cette densité de flux est donc donnée par la relation

$$\mathfrak{D}_h = -k_{12} \frac{\partial T}{\partial z} + k n T k_T (\bar{W}_1 - \bar{W}_2). \quad (\text{III.68})$$

Or la vitesse moléculaire moyenne du mélange est par définition

$$\bar{w} = \frac{\Sigma w + \Sigma w}{n_1 + n_2} = \frac{n_1 w_1 + n_2 w_2}{n}. \quad (\text{III.69})$$

Quand la pression totale reste constante, on a nécessairement (I.19)

$$n_1 w_1 + n_2 w_2 = 0. \quad (\text{III.70})$$

D'où

$$\bar{w} = 0. \quad (\text{III.71})$$

Le flux exprimé par (III.68) est donc le flux calorifique absolu rapporté à des axes fixes. En outre, la condition $p = c^te$ permet d'exprimer comme suit le terme $\bar{W}_1 - \bar{W}_2$ de (III.68) en fonction de \mathfrak{D}_1 , flux de diffusion du gaz 1 défini par les relations (I.37) et (I.47a).

Soustrayons membre à membre (III.66a) et (III.66b) et multiplions par $n_1 n_2$. Il vient

$$n_1 n_2 (\bar{W}_1 - \bar{W}_2) = (n_1 w_1) n_2 - (n_2 w_2) n_1, \quad (\text{III.72})$$

ce qui peut encore s'écrire grâce à (III.70)

$$n_1 n_2 (\bar{W}_1 - \bar{W}_2) = n (n_1 w_1). \quad (\text{III.73})$$

D'où, puisque $\mathfrak{D}_1 = m_1(n_1 w_1)$ et tenant compte de (I.14) et de (I.8),

$$\bar{W}_1 - \bar{W}_2 = \frac{n}{n_1 n_2} \cdot \frac{\mathfrak{D}_1}{m_1} = \frac{n}{n_2} \cdot \frac{\mathfrak{D}_1}{n_1 m_1} = \frac{p}{p_2 \rho_1} \mathfrak{D}_1. \quad (\text{III.74})$$

En remplaçant cette expression dans (III.68) on obtient

$$\mathfrak{D}_{h,12} = -k_{12} \frac{\partial T}{\partial z} + k_T \frac{p^2}{p_2 \rho_1} \mathfrak{D}_1. \quad (\text{III.75})$$

Or l'expression (I.47a) de \mathfrak{D}_1 donne en utilisant (I.31)

$$\mathfrak{D}_1 = -\frac{d_1}{R_a T} D_{12} \left[\frac{\partial p_1}{\partial z} + k_T \frac{p}{T} \frac{\partial T}{\partial z} \right]. \quad (\text{III.76})$$

En divisant par l'expression (I.44) de ρ_1 , il vient

$$\frac{\mathfrak{D}_1}{\rho_1} = -\frac{\mathfrak{D}_{12}}{p_1} \left[\frac{\partial p_1}{\partial z} + k_T \frac{p}{T} \frac{\partial T}{\partial z} \right].$$

Remplaçons \mathfrak{D}_1/ρ_1 par cette expression dans (III.75). Le flux calorifique $\mathfrak{D}_{h,12}$ s'écrit

$$\mathfrak{D}_{h,12} = -k_{12} \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{p^2}{p_1 p_2} D_{12} k_T \left[\frac{\partial p_1}{\partial z} + k_T \frac{p}{T} \frac{\partial T}{\partial z} \right], \quad (\text{III.77})$$

ou finalement, en groupant les termes en $\partial T/\partial z$ et en $\partial p_1/\partial z_1$,

$$\mathfrak{D}_{h,12} = - \left[k_{12} + \frac{p^3}{p_1 p_2 T} D_{12} k_T^2 \right] \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{p^2}{p_1 p_2} D_{12} k_T \frac{\partial p_1}{\partial z}. \quad (\text{III.78})$$

Cette expression du flux calorifique absolu en conditions de pression totale constante, compte tenu de la diffusion de matière sous l'effet du gradient thermique, généralise (III.64) pour un mélange gazeux, tout comme l'expression (I.47a) généralise en conditions de pression totale constante la loi de la diffusion fickienne (I.32) pour un gradient thermique non nul.

c) **La diffusion moléculaire de la chaleur dans l'air des couches limites des corps naturels.**

Comme nous l'avons fait au chapitre I, assimilons le gaz simple 2 à la vapeur d'eau et le gaz simple 1 au gaz simple fictif qu'est l'air sec. Désignons par \mathfrak{D}_h le flux calorifique absolu au niveau z pris dans l'air de la couche limite d'une surface naturelle évaporante. Notons dorénavant par k la conductivité thermique classique de l'air, sans danger de confusion avec la constante de BOLTZMANN et selon l'habitude courante en micrométéorologie. Remarquons que p_1 est à remplacer par $p - e$, p_2 par e , \mathfrak{D}_{12} par \mathfrak{D}_v et enfin k_T par $e/p \cdot (1 - e/p) \cdot \alpha_v$ d'après (I.80b). La relation (III.78) donne alors pour le flux \mathfrak{D}_h

$$\mathfrak{D}_h = - \left[k + D_v \alpha_v^2 \frac{p - e}{p} \frac{e}{T} \right] \frac{\partial T}{\partial z} + D_v \alpha_v \frac{\partial e}{\partial z}. \quad (\text{III.79})$$

Cette expression est homologue de (I.81). Le flux calorifique classique

$$\mathfrak{D}_h = -k \frac{\partial T}{\partial z} \quad (\text{III.80})$$

ne trouve son emploi justifié que si les deux autres termes de (III.79) s'annulent, c'est-à-dire si

$$-D_v \alpha_v^2 \frac{p - e}{p} \frac{e}{T} \frac{\partial T}{\partial z} + D_v \alpha_v \frac{p}{p - e} \frac{\partial e}{\partial z} = 0, \quad (\text{III.81})$$

ce qui revient à la condition

$$\frac{\partial e}{\partial z} - \alpha_v \left(1 - \frac{e}{p}\right) \frac{e}{T} \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad (\text{III.82})$$

ou encore d'après (I.81) $\mathfrak{D}_v = 0.$ (III.83)

La loi classique de la diffusion de la chaleur, utilisée en micro-météorologie, n'est donc valide que dans le cas très particulier où le flux de diffusion de la vapeur d'eau est nul.

Lorsque la cause normale $\partial e / \partial z$ d'existence de ce flux s'annule et non ce flux lui-même, le flux calorifique s'écrit

$$\mathfrak{D}_h = - \left[k + D_v \alpha_v^2 \frac{p - e}{p} \frac{e}{T} \right] \frac{\partial T}{\partial z} = - k' \frac{\partial T}{\partial z}, \quad (\text{III.84})$$

k' étant un coefficient de conductivité thermique généralisant alors le coefficient k et lié à ce dernier par la relation

$$k' - k = D_v \alpha_v^2 \frac{p - e}{p} \frac{e}{T}. \quad (\text{III.85})$$

d) Le coefficient k de la conductivité thermique de l'air.

Ce coefficient, relatif au mélange air sec-vapeur d'eau, est défini par la relation (III.80). Il mesure en unités C.G.S. le nombre de calories traversant par seconde une surface de 1 cm² perpendiculaire à un gradient de température de 1° par cm, lorsque la diffusion de vapeur est nulle (dim. QL⁻¹T⁻¹K⁻¹).

La première question qui se pose touchant la dépendance de k à ses causes physiques est celle de sa variation avec la composition du mélange air sec-vapeur d'eau. Or, on montre aisément par l'expression de première approximation du coefficient k_{12} de conductivité thermique d'un mélange de deux gaz simples 1 et 2 (CHAPMAN et COWLING, pp. 166 et 242), que si la proportion du gaz 2 devient petite vis-à-vis de celle du gaz 1 ($n_2/n_1 \rightarrow 0$), le coefficient k_{12} tend vers k_1 , coefficient de conductivité thermique du gaz 1. Pour le mélange air sec-vapeur d'eau, le rapport

$$\frac{n_v}{n_a} = \frac{e}{p - e} \quad (\text{III.86})$$

ne dépasse généralement pas 0,05 dans les conditions naturelles. On peut donc confondre en première approximation le coefficient de conductivité thermique de l'air sec k_a avec celui k de l'air humidifié selon des proportions variables mais faibles de vapeur d'eau,

$$k \simeq k_a. \quad (\text{III.87})$$

La théorie cinétique des gaz établit que le coefficient de conductivité thermique d'un gaz (ici l'air sec) est lié à son coefficient de viscosité dynamique μ par la relation

$$k = f c_v \mu, \quad (\text{III.88})$$

c_v étant la chaleur spécifique du gaz à volume constant et f un nombre pur propre au gaz considéré. Le coefficient de viscosité dynamique varie avec la température selon la loi de SUTHERLAND, généralement adoptée pour les gaz ordinaires,

$$\mu = \mu_0 \frac{T_0 + C}{T + C} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{3/2}, \quad (\text{III.89})$$

μ_0 étant la viscosité dynamique à la température de référence T_0 (273,16° K) et C une constante propre au gaz considéré. Pour l'air sec, on adopte $\mu_0 = 1,718 \cdot 10^{-4}$ g cm⁻¹ sec⁻¹ et $C = 120$. En outre, le facteur f vaut 1,97 et $c_v = 0,171$. Il vient ainsi

$$k = 0,580 \cdot 10^{-4} \frac{T_0 + 120}{T + 120} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \text{ cal cm}^{-1} \text{ sec}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad (\text{III.90})$$

(cf. MONTGOMERY, 1947, p. 194; LIST, 1951, p. 394; CHAPMAN et COWLING, 1952, pp. 224 et 241). Le coefficient de conductivité thermique de l'air ne dépend donc que de la température et est indépendant de la pression.

Il est utile dans les calculs de remplacer l'expression (III.90) par une expression d'approximation linéaire

$$k = k_0 + k_1 T. \quad (\text{III.91})$$

Les deux formes ci-après donnent k avec une excellente approximation entre 0 et 50° C (cf. tableau IX)

$$k \simeq 10^{-4} (-3,904 + 0,001642 T), \quad (\text{III.92})$$

ou, en remplaçant T par $273,16 + t^0$,

$$k \simeq 10^{-4} (0,580 + 0,001642 t^0) \quad (\text{III.93})$$

TABLEAU IX.

Comparaison entre les valeurs exactes et approchées de $k \cdot 10^4$.

Température °C	0	10	20	30	40	50
k (III.90)	0,580	0,597	0,614	0,630	0,646	0,662
k (III.93)	0,580	0,596	0,613	0,629	0,646	0,662

e) **Ordre de grandeur de la diffusion de chaleur dans la couche limite. Unités pratiques.**

L'unité pratique utilisée en micrométéorologie pour exprimer la densité du flux calorifique est la cal/cm² min. L'expression de la densité de flux \mathfrak{D}_h avec cette unité pratique s'obtient en multipliant par 60 le second membre de (III.79). D'où

$$\mathfrak{D}'_h \text{ (cal/cm}^2 \text{ min)} = - \left[k' + D'_v \alpha_v^2 \frac{\rho - e}{\rho} \frac{e}{T} \right] \frac{\partial T}{\partial z} + D'_v \alpha_v \frac{\partial e}{\partial z}, \quad \left. \vphantom{\mathfrak{D}'_h} \right\} \text{ (III.94)}$$

avec par la relation (III.93),

$$k' = 60 k = 10^{-2} (0,3480 + 0,000985 t^0) \quad \text{(III.95)}$$

et par la relation (I.52),

$$D'_v = 60 D_v = 13,56 \left(\frac{T}{273} \right)^{4,84} \frac{1000}{\rho} \text{ cm}^2/\text{min.} \quad \text{(III.96)}$$

Considérons une surface sèche ($\mathfrak{D}_v = 0$) à 40° C et admettons que le gradient $\partial T/\partial z$ réalisé dans la couche limite soit de — 10° C par mm, valeur normale dans les conditions naturelles d'insolation et de vent. On obtient ainsi (III.80 et III.95)

$$\mathfrak{D}'_h = - k' \frac{\partial T}{\partial z} = - 0,3874 \cdot 10^{-2} \times (- 100) = 0,39 \text{ cal/cm}^2 \text{ min.}$$

Cette perte de calories représenterait 39 % d'une radiation globale incidente supposée égale à 1 cal/cm² min. Si la vitesse du vent augmente, la température de l'air restant la même, l'épaisseur de la couche limite diminue. Le gradient $\partial T/\partial z$ sera d'autant plus élevé en valeur négative et la perte augmentera proportionnellement.

f) **La densité du flux calorifique échangé par la surface avec l'air.**

Nous désignerons cette densité de flux par $\mathfrak{K}_o(xy)$, quantité homologue de $\mathfrak{Q}_o(xy)$ pour l'évaporation (I.76). La relation (III.79) appliquée au niveau strict de la surface donne

$$\mathfrak{K}_o(xy) = - \left[k_s + D_{v,s} \alpha_v^2 \frac{\rho - e_s}{\rho} \frac{e_s}{T_s} \right] \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) + D_{v,s} \alpha_v \left(\frac{\partial e}{\partial z} \right)_s. \quad \text{(III.97)}$$

La quantité $\mathfrak{K}_o(xy)$ dépend des caractéristiques thermiques du corps et de sa surface. L'intégration de (III.79) dans la couche limite entre les niveaux o et δ , pour une surface très étendue et uniforme, permet d'exprimer \mathfrak{K}_o en fonction des gradients $(e_s - e_\delta)/\delta$ et $(T_s - T_\delta)/\delta$ (cf. I.66).

g) La diffusion de chaleur dans la couche turbulente.

Considérons une étendue naturelle d'homogénéité et d'aire suffisantes pour pouvoir négliger les variations selon les directions x ou y . Le principe de la conservation de la chaleur exige que la quantité de calories \mathcal{K} échangée avec l'air, par unité de surface de l'étendue et de temps, par les surfaces particulières de l'étendue se retrouve un instant plus tard transférée au niveau z dans l'air libre. Nous désignerons donc par $K(z)$, selon l'usage, la densité du flux du transfert net de chaleur par diffusivité turbulente à travers le plan z . Comme $V(z)$, $K(z)$ doit être moyenné sur une aire et une période suffisantes pour revêtir une valeur statistique.

L'expression la plus immédiate de $K(z)$ qu'on est tenté d'écrire traduit l'analogie parfaite admise pour le transfert turbulent de la vapeur d'eau et de la chaleur. Elle admet la proportionnalité

$$K(z) = -K_H(z) \left(\frac{\partial C_Q}{\partial z} \right)_z \text{ cal/cm}^2 \text{ sec} \quad (\text{III.98})$$

entre $K(z)$ et le gradient au niveau z de la concentration calorifique C_Q ,

$$C_Q = \rho c_p T. \quad (\text{III.99})$$

La relation (III.98) est homologue de la relation (I.92). Le coefficient de proportionnalité $K_H(z)$ est le *coefficient de diffusivité turbulente de la chaleur* au niveau z . Il a pour dimensions L^2T^{-1} et il s'exprime en cm^2/sec . Nous en donnerons la signification concrète au chapitre V.

Par l'étude des gradients $\partial\rho/\partial z$ et $\partial/c_p\partial z$, montrons que les quantités ρ et c_p de (III.99) peuvent être considérées comme constantes avec z dans l'air libre.

1° Étude du gradient $\partial\rho/\partial z$.

La masse spécifique ρ de l'air humide est définie par

$$\rho = \rho_a + \rho_v. \quad (\text{III.100})$$

D'où, en remplaçant ρ_a et ρ_v par leur valeur tirée de l'équation d'état (I.29),

$$\rho = \frac{1}{R_a T} (p - e) + \frac{\epsilon}{R_a T} e = \frac{1}{R_a T} (p - 0,378 e). \quad (\text{III.101})$$

Dérivons par rapport à z

$$\frac{\partial\rho}{\partial z} = \frac{1}{R_a T} \left[\left(\frac{\partial p}{\partial z} - 0,378 \frac{\partial e}{\partial z} \right) - \frac{p - 0,378 e}{T} \frac{\partial T}{\partial z} \right]. \quad (\text{III.102})$$

Le gradient $\partial\rho/\partial z$ est toujours entièrement négligeable, aussi bien dans l'air libre que dans la couche limite, puisqu'il est de l'ordre

de 1 mb par 10 m, soit 0,001 mb/cm. Il vient donc en mettant $(p - 0,378 e)$ en évidence au second membre de (III.102)

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} = - \frac{p - 0,378 e}{R_a T} \left[\frac{0,378}{p - 0,378 e} \frac{\partial e}{\partial z} + \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial z} \right]. \quad (\text{III.103})$$

D'où, en tenant compte de (III.101) et négligeant $0,378 e$ devant p ,

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial z} \simeq - \rho \left[\frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{0,378}{p} \frac{\partial e}{\partial z} \right]}. \quad (\text{III.104})$$

Dans l'air libre, $\partial T / \partial z$ est de l'ordre de quelques degrés par mètre tandis que $\partial e / \partial z$ vaut quelques millibars par mètre. Pour fixer l'ordre de grandeur de $\partial \rho / \partial z$ par un exemple numérique, supposons $p = 1.000$ mb, $T = 300^\circ$ K, $\partial T / \partial z = 3^\circ$ par mètre = 0,03 et $\partial e / \partial z = 2,5$ mb par mètre = 0,025. La relation (III.104) donne

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} \simeq - \rho \left(\frac{0,03}{300} + \frac{0,378 \times 0,025}{1000} \right) \simeq - \rho (10^{-4} + 10^{-5}) \simeq 0. \quad (\text{III.105})$$

On peut donc bien considérer ρ comme constant avec z dans la couche turbulente. L'expression (III.104) montre qu'il est impossible d'admettre encore cette approximation dans la couche limite, usage pourtant courant dans les théories de la micrométéorologie. En effet, de la couche turbulente à la couche limite, l'ordre de grandeur des gradients $\partial T / \partial z$ et $\partial e / \partial z$ passe de 10^{-2} à 10^{+2} . Admettons encore $p = 1.000$ mb, $T = 300^\circ$ K, mais $\partial T / \partial z = 10^\circ / \text{mm} = 100$ et $\partial e / \partial z = 10$ mb / mm = 100. On obtient cette fois

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} \simeq - \rho (0,30 + 0,04) = - 0,34 \rho. \quad (\text{III.106})$$

2° Étude du gradient $\partial c_p / \partial z$.

La théorie et l'expérience établissent que la chaleur spécifique des gaz à pression constante est pratiquement indépendante de la température pour l'intervalle des températures considérées en météorologie. Il suffira donc d'étudier la variation de c_p avec e .

La chaleur spécifique c_p de l'air humide s'exprime en fonction des chaleurs spécifiques à pression constante de l'air sec c_{pa} et de la vapeur d'eau c_{pv} par la relation

$$c_p = (1 - q) c_{pa} + q c_{pv}, \quad (\text{III.107})$$

q étant l'humidité spécifique de l'air humide, masse de vapeur d'eau par unité de masse d'air humide.

La relation (III.107) traduit le fait évident que la chaleur fournie à 1 g d'air humide, à pression constante, pour élever sa température de 1° C se distribue en deux parts : celle fournie à cette fin à la masse $(1 - q)$ de l'air sec et celle fournie à la masse q de vapeur d'eau.

Si l'on considère la masse d'air humide du volume unité, on a donc par définition

$$q = \frac{\rho_v}{\rho}. \quad (\text{III.108})$$

D'où, en remplaçant ρ_v et ρ par leur valeur respective tirée de l'équation d'état (I.44), (III.101),

$$\rho_v = \frac{0,622}{R_a T} e, \quad \rho = \frac{1}{R_a T} (p - 0,378 e), \quad (\text{III.109})$$

l'expression de l'humidité spécifique

$$q = \frac{0,622 e}{p - 0,378 e}. \quad (\text{III.110})$$

On appelle encore q la concentration massique de la vapeur d'eau par opposition à ρ_v , sa concentration volumique.

La relation (III.107) peut encore s'écrire, tenant compte de (III.110),

$$c_p = c_{pa} + (c_{pv} - c_{pa}) q = c_{pa} + (c_{pv} - c_{pa}) \frac{0,622 e}{p - 0,378 e}. \quad (\text{III.111})$$

On adopte en météorologie les valeurs (LIST, 1951, p. 289)

$$c_{pv} = 0,441 \text{ cal/g} \cdot \text{K}, \quad (\text{III.112})$$

$$c_{pa} = 0,240 \text{ cal/g} \cdot \text{K}. \quad (\text{III.113})$$

En remplaçant $c_{pv} - c_{pa}$ par 0,201 dans (III.111), on obtient

$$c_p = c_{pa} + \frac{0,125 e}{p - 0,378 e}. \quad (\text{III.114})$$

D'où en dérivant par rapport à z

$$\frac{\partial c_p}{\partial z} = \frac{0,125 p}{(p - 0,378 e)^2} \frac{\partial e}{\partial z} \quad (\text{III.115})$$

et finalement

$$\frac{\partial c_p}{\partial z} \simeq \frac{0,125}{p} \frac{\partial e}{\partial z}. \quad (\text{III.116})$$

Dans la couche turbulente, $\partial e/\partial z$ étant de l'ordre du centième, $\partial c_p/\partial z$, pour $p = 1.000$ mb, est de l'ordre entièrement négligeable de 10^{-6} . Dans la couche limite, cet ordre de grandeur est 10^4 fois plus fort, soit de 10^{-2} . On pourra encore le négliger en première approximation.

On peut donc bien considérer ρ et c_p comme quasi constants dans la couche turbulente et écrire pour l'expression (III.98) de la densité du flux de la diffusion turbulente de la chaleur

$$K(z) = -K_H(z) \rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_z. \quad (\text{III.117})$$

Nous donnerons au chapitre V d'autres expressions de $K(z)$, résultats de théories plus élaborées que le raisonnement rudimentaire qui nous a conduit pour l'instant à la relation (III.117). Ces théories fourniront une interprétation concrète du coefficient $K_H(z)$. Nous verrons que la question de l'expression correcte de $K(z)$ reste ouverte, dans le cadre d'une théorie analogique tenant compte de la forme (III.79) et de l'influence de la diffusion turbulente de la vapeur d'eau sur $K(z)$.

Au point de vue de la détermination pratique de K , il convient de remarquer que la loi microphysique (III.97) est inapplicable aux surfaces naturelles. La loi (III.117), qui s'attache à exprimer les calories diffusées, ayant traversé le plan de niveau z dans l'air libre par diffusion turbulente, a un caractère global pratique, l'hétérogène microphysique lors de l'échange calorifique premier s'étant homogénéisé dans le transport turbulent au niveau z . Toutefois, K_H reste une grandeur difficilement mesurable. La méthode du bilan d'énergie serait donc bien handicapée dans son application pratique si le géophysicien ne disposait d'une ressource providentielle : la possibilité d'éliminer le terme gênant K sous certaines conditions et pour des surfaces naturelles d'étendue suffisante, en profitant justement de la similitude parfaite des lois régissant la diffusion turbulente de la vapeur d'eau et de la chaleur. L'élimination introduira des grandeurs écoclimatiques plus concrètes et plus à la portée des techniques instrumentales habituelles. Nous exposerons la marche de cette élimination au chapitre V.

6. LA CHALEUR Q_i ACCUMULÉE PAR LA MATIÈRE D'APPLICATION DU BILAN

Pour les surfaces naturelles terrestres, cette matière, délimitée par les parois (cf. chapitre II), est formée du sol et de la végétation qui le couvre. Le terme Q_i peut donc être décomposé en deux parties :

1° l'une Q_g relative au sol; 2° l'autre $Q_{vég}$ relative à la masse des matières végétales couvrant le sol

$$Q_t = Q_{vég} + Q_g. \quad (III.118)$$

a) **Évaluation de la chaleur $Q_{vég}$ accumulée par la strate végétale.**

La quantité de chaleur emmagasinée par la végétation dont la température interne s'est élevée de ΔT °C en fin de période sera

$$Q_{vég} = c_{vég} P_{vég} \Delta T, \quad (III.119)$$

$c_{vég}$ étant la chaleur spécifique par gramme de matière végétale aérienne, et $P_{vég}$ la masse fraîche moyenne de cette matière par cm^2 de la surface naturelle envisagée. La haute teneur en eau des plantes rend $c_{vég}$ généralement voisin de l'unité.

Montrons que $Q_{vég}$ est entièrement négligeable. Soit une strate végétale épaisse représentant 100 tonnes en poids frais de partie aérienne par hectare, ce qui correspond à 1 g seulement par cm^2 . C'est l'ordre de grandeur attribuable, par exemple, à une plantation de canne à sucre. On a, dans ce cas,

$$Q_{vég} = \Delta T \text{ cal/cm}^2. \quad (III.120)$$

Même pour une seule journée très ensoleillée, à supposer que ΔT en fin de journée soit de + 5° C, $Q_{vég}$ ne représenterait encore que 1 % de G.

b) **Évaluation de la chaleur Q_g accumulée par le sol.**

Il est toujours possible d'envisager une période suffisante, voire l'année entière, telle que Q_t devienne négligeable devant G. A l'équateur, où le rythme climatique saisonnier est faible, Q_t sera déjà négligeable pour des périodes de quelques jours. En effet, ce terme cyclique suit une marche diurne avec le mouvement du soleil en hauteur et sa variation repasse par zéro à peu près toutes les 24 heures, tandis que les autres termes du bilan, cumulatifs, augmentent avec la période envisagée.

En régions tempérées, le rythme saisonnier marqué confère à l'amplitude annuelle de Q_g une valeur qui n'est plus négligeable en pour cent de G.

En effet, le sol se réchauffe notablement dans la transition hiver-été et les calories gagnées s'accumulent dans une couche de sol de plusieurs mètres d'épaisseur.

Pour de courtes périodes de quelques heures, Q_g n'est plus négligeable et doit être estimé à partir du profil thermique des premières couches du sol, par la méthode suivante. Soient $T_1(z)$ et $T_2(z)$ les

courbes des profils thermiques de la température du sol selon la profondeur z , exprimée en cm, au début et à la fin de la période. Une intégration graphique donne ΔT , variation moyenne de la température en fin de période dans une couche de sol d'épaisseur z_1 , profondeur à laquelle les courbes T_1 et T_2 se rejoignent, la température à partir de cette profondeur n'ayant pu varier au cours de la période. Soit c_g la chaleur spécifique moyenne par gramme de sol en place et dans son état réel d'humidité de la couche z_1 . Soit encore ρ_g la masse spécifique de ce sol. Cette caractéristique, nombre de grammes par cm^3 du sol en place, est encore appelée en physique du sol *densité apparente*. Le produit $\rho_g c_g$ mesure la quantité de calories à apporter à 1 cm^3 du sol humide de la couche z , pour élever sa température de 1° C . Les calories Q_g gagnées par cette couche de sol, par cm^2 de surface, à la fin de la période, sont alors données par la relation

$$Q_g = \rho_g c_g z_1 \Delta T. \quad (\text{III.121})$$

Cherchons à traduire les coefficients ρ_g et c_g en fonction respective de la masse spécifique ρ_{gs} du sol sec et de la chaleur spécifique c_{gs} de ce dernier. Désignons par H_g l'*humidité* du sol, poids d'eau d'un échantillon de sol exprimé en pour cent du poids sec.

1° La relation donnant c_g en fonction de c_{gs} et de H_g s'obtient comme suit. Dans un gramme de sol humide se trouvent m_s g de sol sec et m_w g d'eau liés par les relations

$$m_s + m_w = 1, \quad \frac{m_w}{m_s} = \frac{H_g}{100}; \quad (\text{III.122})$$

d'où

$$m_s = \frac{100}{100 + H_g}, \quad m_w = \frac{H_g}{100 + H_g}. \quad (\text{III.123})$$

Il vient ainsi

$$c_g = \frac{100}{100 + H_g} c_{gs} + \frac{H_g}{100 + H_g} 1 = \frac{c_{gs} + H_g/100}{1 + H_g/100}. \quad (\text{III.124})$$

2° La masse spécifique apparente ou *densité apparente* du sol humide est par définition la masse de sol humide en place par unité de volume. Désignant par v_g le volume spécifique, il vient donc

$$\rho_g = \frac{m_s + m_w}{v_g} = \rho_{gs} + \frac{m_w}{v_g}, \quad (\text{III.125})$$

puisque la densité apparente du sol sec en place ρ_{gs} vaut par définition m_s/v_g . La relation (III.125) peut encore s'écrire

$$\rho_g = \rho_{gs} + \frac{m_w}{m_s} \rho_{gs}. \quad (\text{III.126})$$

D'où, grâce à (III.122), l'expression cherchée de ρ_g ,

$$\rho_g = \rho_{gs} \left(1 + \frac{H_g}{100} \right). \quad (\text{III.127})$$

3° En multipliant les relations (III.124) et (III.127) membre à membre on obtient

$$\rho_g c_g = \rho_{gs} c_{gs} + \frac{H_g}{100} \rho_{gs}. \quad (\text{III.128})$$

La chaleur spécifique c_{gs} du sol sec est de l'ordre de 0,20. Sa masse spécifique ρ_{gs} peut varier de 1 à 1,60. Mais ces caractéristiques sont très variables avec le type de sol considéré et il importe de les déterminer avec précision par les méthodes de la physique du sol dans les applications micrométéorologiques (BERNARD, 1954, p. 96).

4° *Exemple de calcul de Q_g .* Le 12 octobre 1952, à 15 heures, et le 13 octobre 1952, à 15 heures, les profils thermiques du sol nu de la Station centrale d'écoclimatologie de Yangambi étaient respectivement :

Profondeur en cm	2	5	10	20	30	50	100
t °C le 12 octobre à 15 heures ...	41,6	38,4	35,8	31,2	28,8	28,2	27,9
t °C le 13 octobre à 15 heures ...	27,2	26,7	26,4	26,6	27,4	28,4	27,9

La chute notable de température du 12 au 13 octobre est due uniquement à la variation de la nébulosité, le ciel très serein le 12 s'étant entièrement couvert le 13. L'interpolation graphique donnait une variation moyenne ΔT de $-5,66^\circ$ C pour $z_1=100$ cm. Une batterie de tensiomètres indiquait une humidité moyenne du sol, jusqu'un mètre, de 15 %. Adoptant pour ce sol $c_{gs} = 0,20$ et $\rho_{gs} = 1,57$, on obtient par (III.128)

$$\rho_g c_g = 1,57 \times 0,20 + 0,15 \times 1,57 = 0,55.$$

La relation (III.121) donne alors

$$Q_g = -0,55 \times 100 \times 5,66 = -311 \text{ cal/cm}^2 \text{ jour.}$$

Cette quantité est très importante dans le cas extrême choisi. Mais en règle générale, Q_g , traduit en % de G, deviendra de plus en plus faible avec l'allongement de la période.

7. LA CHALEUR Q, ÉCHANGÉE AUX PAROIS

Pour les étendues naturelles horizontales, le terme Q_l des calories échangées aux parois peut être décomposé 1° en un terme $Q_{l,xy}$ de la chaleur échangée à travers les parois verticales dont la projection sur le plan horizontal définit le contour de l'aire envisagée, 2° en un terme $Q_{l,z}$ exprimant la chaleur échangée à travers un plan horizontal situé à la profondeur z du sol et qui achève de délimiter la matière d'application du bilan énergétique. Il vient donc

$$Q_l = Q_{l,xy} + Q_{l,z}. \quad (\text{III.129})$$

Le terme $Q_{l,xy}$ d'échange de calories à travers la surface latérale délimitante est évidemment négligeable, quelle que soit la période considérée, pour des surfaces naturelles terrestres, même de très faible étendue, — quelques mètres carrés, — lorsque l'entourage et la surface sont bien homogènes. Ce n'est plus le cas pour les aires liquides du globe : lacs, mers intérieures, régions océaniques. Leur bilan énergétique ne peut plus négliger a priori un terme $Q_{l,xy}$ rendu parfois appréciable par les calories convoyées par les fleuves ou les courants marins.

Le terme $G_{l,z}$ est toujours à considérer lorsque le niveau z du plan horizontal délimitant se situe dans la couche la plus superficielle du sol qui subit des fluctuations de température non négligeables au cours de la journée ou dans le rythme saisonnier. On peut donc écrire pour des étendues horizontales homogènes

$$Q_l \simeq Q_{l,z}. \quad (\text{III.130})$$

Cherchons à exprimer $Q_{l,z}$ en fonction de caractéristiques mesurables du sol. Désignons par

$$K_g(z) = \frac{dQ_{l,z}}{dt} \quad (\text{III.131})$$

la densité du flux calorifique à travers le plan de profondeur z , nombre de calories traversant par unité de temps 1 cm² du plan z du haut vers le bas. Précisons encore que z mesure la profondeur comptée à partir de la surface du sol sur l'axe normal oz orienté positivement vers le bas. D'après la loi fondamentale de la conductivité thermique (III.64), la densité du flux calorifique $K_g(z)$ est proportionnelle au gradient $(\partial T / \partial z)_z$ de la température du sol au niveau z ,

$$K_g(z) = -k_g \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_z, \quad (\text{III.132})$$

le coefficient de proportionnalité k_g définissant le coefficient de conductivité thermique du sol à la profondeur z . Les flux des matières

diffusées dans le sol comme l'air, le CO₂, la vapeur d'eau et principalement l'eau liquide des précipitations ne permettent pas de considérer cette relation (III.132) comme rigoureuse, même si l'on envisage le coefficient k_g comme variable avec l'état physico-chimique du sol et surtout avec son degré d'humidité. Les recherches accomplies à cet égard établissent que k_g décroît linéairement avec la croissance de la porosité du sol et varie en fonction de l'humidité du sol selon une courbe de saturation (cf. BAVER, 1948, p. 299).

Considérons la période unitaire (t_0, t) d'application du bilan énergétique. Les relations (III.131) et (III.132) donnent

$$Q_{l,z} = \int_{t_0}^t K_g(z) dt = - \int_{t_0}^t k_g \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_z dt. \quad (\text{III.133})$$

En appliquant le théorème de la moyenne, il vient, \bar{k}_g désignant une valeur moyenne de k_g dans la période (t_0, t),

$$Q_{l,z} = - \bar{k}_g \int_{t_0}^t \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_z dt. \quad (\text{III.134})$$

Cela étant, cherchons l'expression de ($Q_g + Q_l$), différence Q_g des calories contenues dans une colonne de sol de 1 cm² de section et de hauteur z_1 à la fin et au début de l'intervalle, augmentée des calories Q_l diffusées au delà de la profondeur z dans l'intervalle. On obtient de suite par les relations (III.121) et (III.134),

$$Q_g + Q_l = \bar{\rho}_g \bar{c}_g z \Delta T - \bar{k}_g \int_{t_0}^t \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_z dt, \quad (\text{III.135})$$

ΔT étant la différence moyenne de température de la couche du sol de profondeur z entre la fin et le début de l'intervalle. L'équation (III.135) généralise (III.121) au cas où z est quelconque et ne correspond plus nécessairement à la profondeur où la variation de température est devenue nulle. L'intérêt de cette nouvelle relation est de permettre le calcul de Q_g pour des périodes au cours desquelles la température des couches très profondes a varié, sans devoir mesurer la température du sol à ces grandes profondeurs. Il suffit de mesurer le gradient $\partial T/\partial z$ à une profondeur accessible.

SCHUBERT (1900; 1930, p. 373) a appliqué cette méthode pour la profondeur 75 cm dans plusieurs stations d'Allemagne du Nord, vers les latitudes 53-54°. Il a trouvé qu'au champ le minimum de contenu de chaleur du sol est atteint fin mars et s'écarte de — 825 cal/cm² de la moyenne annuelle. Le maximum se produit fin août et correspond à un écart de + 854 cal/cm² par rapport à la moyenne annuelle. L'amplitude annuelle la plus forte est donc de 1.679 cal/cm²

pour la période de cinq mois, du 1^{er} avril au 1^{er} septembre. Dans ce cas, $(Q_o + Q_i)$ représente au plus 2,5 % de G . La variation mensuelle la plus forte du réchauffement a lieu en mai, où le sol regagne au cours de ce mois 483 cal/cm². Pour cette période, $(Q_o + Q_i)$ est maximum et atteint environ 3,3 % de G . Au contraire, le refroidissement le plus rapide du sol se produit en novembre. Il est de 383 cal/cm² au cours de ce mois, ce qui représente ici 15 % de G , quantité très appréciable.

En conclusion, dans l'application de la méthode à des périodes particulières, il convient de déterminer directement Q_o et Q_i par des géothermomètres. Une erreur de dQ_o et dQ_i sur ces termes entraîne sur V une erreur opposée,

$$dV = -dQ_o - dQ_i, \quad (\text{III},136)$$

comme le montre la relation (II.28).

CHAPITRE IV

**LES TERMES COMPLÉMENTAIRES
DE L'ÉQUATION DU BILAN D'ÉNERGIE
SOUS SA FORME RIGOUREUSE**

Certains termes complémentaires ou entièrement négligeables n'ont pas été mentionnés dans l'exposé général de l'équation du bilan afin de ne pas distraire l'attention du lecteur de l'essentiel. Il convient d'analyser maintenant d'autres termes qui pourraient être soupçonnés jouer un rôle dans le bilan d'énergie, de montrer quand et comment le bilan rigoureux doit parfois en tenir compte ou, au contraire, d'établir pourquoi certains de ces termes peuvent être entièrement négligés.

**1. LES CHALEURS LATENTES DE CHANGEMENTS D'ÉTAT DE L'EAU,
AUTRES QUE L'ÉVAPORATION**

Lorsque d'autres changements d'état de l'eau que l'évaporation ont eu lieu au cours de la période, il est évident que le terme V de l'équation du bilan d'énergie (II.22) doit être généralisé en un terme Q_L exprimant le bilan net de toutes les chaleurs latentes propres aux divers changements d'état de l'eau qui se sont produits et que nous résumons au tableau X (cf. O.M.I., 1951, p. 25; VAN MIEGHEM et DUFOUR, 1948, p. 37).

TABLEAU X.
Changements d'état de l'eau.

Changement d'état	Symbole de chaleur latente et valeur en cal/g	Symbole dans le bilan
{ Vaporisation (liquide → vapeur)	$L_v = 597,3 - 0,566 t^0$ (de 0 à +50° C)	V
{ Condensation (vapeur → liquide)	$L_c = -L_v$	C
{ Fusion (solide → liquide)	$L_f = 79,7$ (à 0° C)	F_w
{ Congélation (liquide → solide)	$L_i = -L_f$	F_i
{ Sublimation (solide → vapeur)	$L_s = 677,5$ (de 0 à -50° C)	S
{ Solidification (vapeur → solide)	$L_i^* = -L_s$	S^*

L'écriture plus générale de l'équation du bilan énergétique d'une étendue naturelle quelconque est ainsi

$$Q_L = (1 - \alpha - \mu) G - N - K - Q_i - Q_e \quad (\text{IV.1})$$

avec

$$Q_L = (V - C) + (F_w - F_i) + (S - S^*). \quad (\text{IV.2})$$

Supposons notamment que les seuls changements d'état à considérer soient l'évaporation V et la condensation C des rosées au cours de la période considérée. On a alors

$$Q_L = V - C.$$

Prenons, pour simplifier, une période portant sur deux jours 1 et 2, de midi à midi. Q_L se compose : 1° de l'évapotranspiration distincte des rosées, V_1 et V_2 ; 2° de l'évaporation des rosées, $C_1 + C_2$; 3° de la condensation des rosées — $(C_1 + C_2)$. On peut donc écrire

$$Q_L = (V_1 + V_2) + (C_1 + C_2) - (C_1 + C_2) = V_1 + V_2. \quad (\text{IV.3})$$

On voit que, pour des périodes de plusieurs jours, l'équation générale du bilan (IV.1) fournit l'évaporation totale V , évaporation des rosées exclue, la contribution de celles-ci étant annulée par le phénomène de condensation qui dégage une chaleur compensatrice.

2. LES MODIFICATIONS DE LA CHALEUR LATENTE DE VAPORISATION LA CHALEUR DE MOUILLAGE

On peut se demander aussi si la chaleur latente de vaporisation ne subit pas des changements pour diverses causes, autres que la température, suivant les conditions variées dans lesquelles se produit l'évaporation naturelle.

Pour étudier ce point, rappelons d'abord que la chaleur latente de vaporisation L est par définition la quantité de chaleur qu'il faut fournir à un gramme d'eau liquide à T degrés pour le transformer en vapeur saturante à T degrés sous la pression de cette vapeur.

On adopte en météorologie la valeur (I.101),

$$L_v (t^\circ) = 597,3 - 0,566 t^\circ. \quad (\text{IV.4})$$

Dans une étude précise, il est recommandable de calculer L_v pour la température moyenne de la surface qui évapore. En régions équatoriales, on peut adopter la valeur moyenne $L_v = 580$ cal/g.

Une première objection se présente à l'esprit relativement à la chaleur de vaporisation. La définition de L_v suppose en effet que l'eau est évaporée sous la pression saturante de sa propre vapeur.

Or, dans la nature, l'évaporation a lieu à l'air libre et, de ce fait, la chaleur latente L_v ne doit-elle pas être modifiée ? On peut montrer qu'il n'en est rien et que la définition reste valide pour l'évaporation à l'air (cf. BRUNT, 1939, pp. 82 et 83).

On peut aussi se demander comment la chaleur de mouillage et de gonflement qui est dégagée lors de l'humectation de la surface par les pluies ou par les condensations doit être considérée dans le processus inverse du dessèchement par vaporisation, ces dégagements de chaleur traduisant une liaison de l'eau aux corps mouillés qu'il faudra vaincre lors de la vaporisation par un supplément de calories à apporter à la chaleur latente pour l'eau libre.

La chaleur différentielle de gonflement Q_v est la chaleur dégagée par unité de variation de volume de la matière mouillée, à température constante :

$$Q_v = \left(\frac{\partial q}{\partial v} \right)_T. \quad (\text{IV.5})$$

La chaleur différentielle de mouillage Q_w , pour une humidité donnée w d'une substance, est la chaleur dégagée par unité de masse d'eau ajoutée uniformément à une grande quantité de substance humide, la température restant constante :

$$Q_w = \left(\frac{\partial q}{\partial w} \right)_T. \quad (\text{IV.6})$$

Or, on a

$$\left(\frac{\partial q}{\partial v} \right)_T = \left(\frac{\partial q}{\partial w} \right)_T \left(\frac{\partial w}{\partial v} \right)_T. \quad (\text{IV.7})$$

Comme le changement total de volume des corps naturels, sol et plantes, est toujours très faible quand le contenu en eau de ces corps varie, $(\partial w / \partial v)_T$ est voisin de l'unité et les chaleurs Q_v et Q_w sont presque égales.

La chaleur latente de vaporisation réelle L_v doit être la somme de la chaleur latente de vaporisation $L_{v,0}$ pour l'eau libre, augmentée de la chaleur de mouillage prise positivement (cf. EDLEFSEN et ANDERSON, 1943, p. 238) :

$$L_v = L_{v,0} + Q_w. \quad (\text{IV.8})$$

Or, les chaleurs complètes de mouillage d'un gramme de divers sols, d'argile, d'amidon, de cellulose, etc. varient entre 1 et 10 joules, soit entre 0,24 et 2,4 cal/g (KRUYT and MODDERMAN, in I.C.T., 1929, V, p. 142). La chaleur latente d'évaporation de l'eau libre étant de 580 cal/g, on voit que la correction de chaleur de mouillage est entièrement négligeable. En serait-il d'ailleurs autrement, que l'effet

net sur une période assez longue serait encore complètement annulé par l'alternance d'humidification et de dessèchement des surfaces naturelles.

Le même principe d'alternance vaut pour les modifications négligeables de la chaleur latente d'évaporation causée par la pression osmotique des solutions du sol et des plantes ainsi que par la tension superficielle.

3. LA CONVERSION EN CHALEUR DE FROTTEMENT DE L'ÉNERGIE CINÉTIQUE DU VENT

Dans l'emploi du principe de la conservation de l'énergie ayant conduit à l'équation du bilan, on a considéré seulement des échanges d'énergie de rayonnement en chaleur, des échanges inverses ou des transferts de chaleur. Le principe englobe cependant toutes les formes possibles d'échanges d'énergie et notamment la conversion d'énergie cinétique en chaleur, base historique du premier principe d'équivalence de la thermodynamique. Or, l'énergie cinétique du vent soufflant sur une surface naturelle est diminuée par frottement avec les corps composant la surface et cette perte d'énergie cinétique est convertie en chaleur. On peut donc se demander si ce terme d'apport d'énergie à la surface par frottement peut être omis dans le bilan. L'objection est correcte, mais cet échange, pour l'océan, par exemple, a pu être estimé à environ la dix millième partie de la radiation incidente et est donc entièrement négligeable (SVERDRUP, 1943, p. 50, et 1946, p. 110).

4. LE TRAVAIL DE SUCCION RADICULAIRE ET D'ASCENSION DE L'EAU TRANSPIRÉE

Ces deux termes énergétiques ne sont pas à vrai dire des termes complémentaires de l'équation du bilan d'énergie même rigoureusement traitée, car, étant d'origine métabolique, ils sont contenus implicitement dans le terme global $a_p G$ (fig. 2). Toutefois, il est utile, du point de vue biologique surtout, d'établir l'ordre de grandeur de ces deux énergies.

a) Le travail de succion radiculaire.

Les cellules radiculaires absorbantes développent une succion déplaçant l'eau adhérent aux particules de sol vers l'intérieur de la plante. Ce travail de succion est fourni par l'énergie du métabolisme cellulaire des racines, qui est elle-même une partie du flux $a_p G$ exprimant l'assimilation photosynthétique brute du manteau végétal.

Fixons l'ordre de grandeur de ce travail en traduisant les processus de la succion radiculaire par des considérations de thermodynamique. Nous devons exposer celles-ci avec quelques détails, étant donné leur importance pour clarifier le problème très complexe de l'échange d'eau sol-plante.

La caractéristique qui s'avère actuellement la plus rationnelle pour l'étude thermodynamique précise des problèmes de l'eau du sol et de la plante est celle du *déficit d'énergie libre spécifique* (par gramme) f de l'eau liée au sol. Le mérite d'avoir introduit cette fonction classique de la thermodynamique dans l'étude des échanges d'eau sol-plante revient à SCHOFIELD (1935) et à EDLEFSEN (1941). On trouvera dans EDLEFSEN et ANDERSON (1943) un exposé détaillé de la thermodynamique de l'eau du sol basée sur le concept d'*énergie libre*. Nous ne reprendrons pas ici l'exposé des raisonnements qui conduisent en thermodynamique à la notion d'énergie libre d'un système. Nous renverrons pour cet exposé aux excellents ouvrages de GLASSTONE (1947) et de VAN MIEGHEM et DUFOUR (1948).

L'*énergie libre* F d'un système thermodynamique ⁽¹⁾ est une certaine *fonction d'état* dont l'intérêt et la justification d'appellation résident dans la propriété suivante : dans tout processus naturel d'évolution spontanée effectué à température et à pression constantes — processus toujours irréversible — l'énergie libre du système décroît. Cette variation négative réalise la limite supérieure du travail utile, à l'exclusion du travail d'expansion, que l'on peut retirer de la transformation. Dans une transformation réversible effectuée à pression et à température constantes, cette limite supérieure est effectivement atteinte et le travail utile maximum, à l'exclusion du travail d'expansion, est produit par la transformation (cf. GLASSTONE, 1947, pp. 203 et 209; EDLEFSEN, 1941, p. 921).

L'énergie libre F d'un système de volume V n'est défini qu'à une constante additive près. Pour lever cette indétermination, il suffit de fixer arbitrairement la valeur de l'énergie libre pour un état de référence du système. Dans l'étude thermodynamique de l'eau du sol et de la plante, on choisit pour l'état de référence l'eau pure sous la pression d'une atmosphère, dont l'énergie libre est posée égale à zéro. L'énergie libre de l'eau du sol ou de la plante, eau toujours soumise à diverses liaisons de capillarité, de forces osmotiques, etc., devient ainsi une grandeur négative. La valeur absolue

(1) Nous adoptons la notation F introduite par LEWIS et RANDALL (1923) qui ont en effet dénommé cette fonction thermodynamique « Free energy » ou « énergie libre ». Par ailleurs, c'est l'usage de désigner ainsi l'énergie libre dans l'étude de l'eau du sol et de la plante. Un autre symbole très utilisé est G , l'énergie libre s'appelant aussi « potentiel thermodynamique de GIBBS ».

de celle-ci s'appelle le *déficit d'énergie libre* de l'eau du sol ou de la plante dans le système considéré. On achève de préciser la notion de déficit d'énergie libre, grandeur *extensive* dépendante de la quantité de matière envisagée, en la ramenant à l'unité de masse d'eau. On obtient ainsi le *déficit d'énergie libre spécifique* $|f|$, grandeur thermodynamique *intensive*. La propriété énoncée plus haut fournit l'interprétation concrète ci-après de $|f|$: *le déficit d'énergie libre spécifique de l'eau du sol ou de la plante mesure le travail à dépenser, le travail d'expansion exclu, pour vaincre les diverses liaisons d'un gramme d'eau du sol ou de la plante et amener cette eau, par une transformation réversible à température et à pression constantes, à l'état de référence d'eau libre pure.*

On montre que si l'on augmente la pression hydrostatique du système de Δp , aucun travail n'étant accompli au cours de la transformation isotherme, l'énergie libre spécifique est augmentée de

$$\Delta f = v \Delta p = \Delta p, \quad (\text{IV.9})$$

v étant le volume spécifique de l'eau liquide, soit $1 \text{ cm}^3/\text{g}$. Il en résulte que l'on peut mesurer conventionnellement le déficit d'énergie libre spécifique de l'eau du sol ou de la plante par la hauteur en cm de la colonne d'eau dont la pression hydrostatique supposée appliquée à l'eau du sol ou de la plante annulerait le déficit d'énergie libre. Le logarithme décimal de cette hauteur définit le pf de l'eau du sol ou de la plante.

Le travail maximum w_M dépensé par une plante pour pomper au sol un gramme d'eau au point de fanaison permanent ($pf = 4,2$ soit $f = 15,3 \text{ atm.}$) s'exprime donc par la relation

$$w_M < f = 15,3 \times 1,013 \cdot 10^6 \text{ dynes/cm}^2 \times 1 \text{ cm}^3/\text{g}, \quad (\text{IV.10})$$

qui résulte de l'application de (IV.9), de la loi énoncée plus haut, et en tenant compte aussi que

$$1 \text{ atmosphère} = 1,013 \cdot 10^6 \text{ dynes/cm}^2. \quad (\text{IV.11})$$

La relation (IV.10) donne ainsi le travail maximum spécifique

$$w_M < f = 0,155 \cdot 10^8 \text{ ergs/g} = 0,37 \text{ cal/g}. \quad (\text{IV.12})$$

Considérons maintenant une lame d'eau de 10 mm puisée au sol par une couverture végétale. Ces 10 mm correspondent à l'enlèvement au sol d'un gramme d'eau par cm^2 de la couverture. Il en résulte que la limite supérieure du travail de succion d'une lame d'eau de 10 mm est de $0,37 \text{ cal/cm}^2$. Elle est donc de 37 cal/cm^2 pour les 1.000 mm pompés en moyenne annuelle au sol par la végétation équatoriale. Un tel chiffre, bien que largement surestimé, ne représente cependant que 0,025 % de la radiation globale.

b) **Le travail d'ascension de l'eau transpirée.**

L'écologiste pourrait encore interroger sur l'énergie que représente l'élévation à 50 m de hauteur d'une lame d'eau annuelle, de 1.000 mm par exemple, transpirée par les frondaisons supérieures d'une grosse forêt équatoriale. Ce travail est aussi négligeable. Cette transpiration nécessite en effet l'élévation contre la pesanteur de 100 g d'eau par cm^2 à une hauteur de 5.000 cm, puisqu'un mm d'eau correspond à $0,1 \text{ cm}^3$ par cm^2 . On a donc, un gramme-poids valant 981 dynes :

$$\begin{aligned} \text{Travail d'ascension en ergs/cm}^2 &= 100 \times 981 \times 5.000 \\ &= 5.10^8 \text{ ergs/cm}^2 = 12 \text{ cal/cm}^2. \end{aligned}$$

Cette quantité ne représente que 0,01 % de la radiation globale annuelle. Cette énergie est d'ailleurs d'origine métabolique. Elle ne pouvait donc représenter qu'un pourcentage de $a_p G$ et, de ce fait, être présumée négligeable.

Remarquons incidemment que l'ascension de l'eau dans l'appareil végétatif aérien, même pour les plus hautes plantes connues, vue sous l'angle énergétique global du phénomène, n'offre rien que de normal et perd le caractère étrange que les naturalistes se plaisent parfois à souligner.

**5. LA PERTURBATION DE LA CHALEUR DU SOL
PAR LES APPORTS EXTÉRIEURS D'EAU**

a) **Expression de la chaleur échangée.**

L'eau des pluies, l'eau d'irrigation ou d'arrosage échangent des calories avec la couche de sol qu'elles pénètrent. Elles peuvent donc modifier le bilan sur de courtes périodes. L'intervention de cette cause perturbatrice extérieure doit être examinée attentivement.

Dans le cas où il y a un apport extérieur Q_e de chaleur, soit par un agent naturel comme les pluies qui échangent des calories avec le sol, soit par un artifice expérimental, — lysimètre avec colonne de sol maintenue à température constante par chauffage, — l'équation du bilan d'énergie se corrige comme suit :

$$G + Q_e = (a + \mu) G + N + K + V + Q_i. \quad (\text{IV.13a})$$

Cette équation traduit l'égalité entre l'énergie apportée et sa distribution ultérieure sur divers termes. Elle se confond avec (II.23) si l'on identifie Q_i avec $-Q_e$. Cette identification est justifiable puisque $-Q_e$, échange de calories avec l'entourage extérieur, peut être considéré comme le terme aux parois.

Supposons qu'au cours de la période considérée il y ait eu n pluies de $P_1, P_2, \dots, P_i, \dots, P_n$ mm, les lames d'eau respectives gagnées par le sol au cours de ces pluies étant $\Delta W_1, \Delta W_2, \dots, \Delta W_i, \dots, \Delta W_n$.

Désignons par $T_{P_1}, T_{P_2}, \dots, T_{P_i}, \dots, T_{P_n}$ les températures respectives de ces pluies au moment où elles touchent le sol pour y pénétrer. Pour chaque pluie, lorsque le front de l'onde de pénétration dans le sol s'est stabilisé plus ou moins à la profondeur z_i de suite après la pluie, une température moyenne d'équilibre T'_i a été atteinte dans la couche z_i par l'échange de calories avec le sol. Soient $T'_1, T'_2, \dots, T'_i, \dots, T'_n$ ces températures moyennes respectives pour chaque pluie et $z_1, z_2, \dots, z_i, \dots, z_n$ les profondeurs respectives d'humectation du sol.

Désignons par $-Q_P$ la variation (généralement négative) de calories du sol par les diverses pluies tombées au cours de la période. En remplaçant Q_e par $-Q_P$ dans (IV.13a), l'équation du bilan énergétique s'écrit

$$V = (1 - \alpha - \mu) G - N - K - Q_i - Q_P, \quad (\text{IV.13b})$$

$-Q_P$ étant déterminé par la relation

$$-Q_P = \sum_{i=1}^n (-Q_{P_i}) = \sum_{i=1}^n \frac{\Delta W_i}{10} (T_{P_i} - T'_i). \quad (\text{IV.14})$$

En effet, la masse d'eau en grammes apportée par cm^2 de surface, par une lame ΔW_i mm, est $\Delta W_i/10$, et cette quantité d'eau de chaleur spécifique 1 est passée de T_{P_i} à T'_i degrés, température d'équilibre du sol après la pluie. Il en résulte que la variation de calories du sol par la pluie P_i s'exprime par le produit $\Delta W_i(T_{P_i} - T'_i)/10$.

Pour de longues périodes, la perturbation calorifique des pluies est faible par rapport à la radiation globale. Ainsi, si l'on considère une région équatoriale dont le sol absorbe annuellement une lame d'eau de 1.500 mm, T_{P_i} étant de l'ordre de 15°C et T_i de l'ordre de 25°C , la relation (IV.14) donne

$$-Q_P = 150 \times (15 - 25) \text{ cal} = -1.500 \text{ cal}. \quad (\text{IV.15})$$

Cette moyenne correspond à $-4,1$ cal/jour, soit à 1% de G .

Pour de courtes périodes, par exemple une journée à pluies froides succédant à une journée chaude et ensoleillée, le terme correctif $-Q_P$ peut représenter un pourcentage appréciable de G .

L'apport régulier d'eau d'arrosage (ou d'irrigation) au sol dans certaines expériences d'évaporation ou de lysimétrie (cuves évapotranspirométriques) entraîne une perturbation calorifique exactement semblable à celle due aux pluies et calculable par la même formule (IV.14), avec l'avantage que T_{P_i} devient ici la température aisément mesurable de l'eau d'arrosage.

b) **L'équation de l'équilibre calorimétrique sol-eau apportée et ses diverses applications.**

1° DÉTERMINATION DE LA TEMPÉRATURE D'UNE PLUIE.

La température T_P d'une pluie peut d'ailleurs être estimée grâce à une relation liant T_P à la température T du sol avant la pluie et à sa température d'équilibre T' après la pluie. Écrivons que la chaleur se conserve ou, autrement dit, que la variation de chaleur par cm^2 de sol d'une pluie ΔW sert à faire passer de la température initiale T à la température T' la matière initialement contenue dans une colonne de sol de profondeur z et de 1 cm^2 de section. Si H_g est l'humidité du sol, la masse de cette matière est (III.128)

$$\rho_g c_g z = \rho_{gs} \left(c_{gs} + \frac{H_g}{100} \right) z. \quad (\text{IV.16})$$

L'équation du bilan calorifique s'écrit donc

$$\frac{\Delta W}{10} (T_P - T') = \rho_{gs} \left(c_{gs} + \frac{H_g}{100} \right) z (T' - T). \quad (\text{IV.17})$$

On aboutirait à cette même équation en adoptant une température de référence T_1 pour exprimer le contenu de chaleur et en écrivant l'identité : contenu de chaleur du sol après la pluie = contenu de chaleur du sol avant la pluie + contenu de chaleur de la pluie. Cette nouvelle démonstration de (IV.17) s'effectue à partir de (IV.16) et en remarquant que l'humidité H'_g du sol après la pluie est liée à H_g par la relation

$$H'_g = H_g + \frac{10 W}{\varepsilon \rho_{gs}}. \quad (\text{IV.18})$$

La relation (IV.17) donne pour l'expression cherchée de T_P

$$T_P = T' - \frac{10z}{\Delta W} \rho_{gs} \left(c_{gs} + \frac{H_g}{100} \right) (T - T'). \quad (\text{IV.19})$$

Elle fournit aussi pour l'expression de la température d'équilibre

$$T' = \frac{\frac{\Delta W}{10} T_P + \rho_{gs} \left(c_{gs} + \frac{H_g}{100} \right) z T}{\frac{\Delta W}{10} + \rho_{gs} \left(c_{gs} + \frac{H_g}{100} \right) z}. \quad (\text{IV.20})$$

2° ESTIMATION SUR LE TERRAIN
DE L'HUMIDITÉ ACTUELLE DU SOL PAR THERMOMÉTRIE.

Prélevons une colonne cylindrique de sol de hauteur z et fournissons-lui jusqu'à saturation une lame d'eau d'arrosage ΔW_A à tem-

pérature connue T_A . La relation (IV.17) fournit un moyen théorique simple, susceptible d'intérêt pratique, pour déterminer l'humidité initiale du sol prélevé, par voie purement thermométrique en mesurant T' . On tire en effet de (IV.17)

$$H_g = \frac{10 \Delta W_A (T' - T_A)}{\rho_{gs} z (T - T')} - 100 c_{gs}. \quad (\text{IV.21})$$

L'application de cette formule exige la détermination préalable de la chaleur spécifique du sol sec c_{gs} . La relation (IV.21) donne

$$c_{gs} = \frac{\Delta W_A (T' - T_A)}{10 z \rho_{gs} (T - T')} - \frac{H_g}{100}. \quad (\text{IV.22})$$

Pour un sol préalablement desséché à l'étuve, $H_g = 0$ et la relation (IV.22) s'écrit

$$c_{gs} = \frac{\Delta W_A (T' - T_A)}{10 z \rho_{gs} (T - T')}. \quad (\text{IV.23})$$

Cette formule correspond bien à celle utilisée pour la détermination de c_{gs} au laboratoire par calorimétrie (KERSTEN, 1949, p. 27). La méthode consiste à plonger une masse M_{ss} de sol sec à température T_s dans un calorimètre contenant une masse M_w d'eau à température T_w . Soit T' la température d'équilibre atteinte. La chaleur spécifique est alors déterminée par la relation

$$c_{gs} = \frac{(M_w + E) (T' - T_w)}{M_{gs} (T_s - T')}, \quad (\text{IV.24})$$

E étant l'équivalent en eau du calorimètre utilisé.

La relation (IV.23) écrite pour un cylindre isolé de sol en place doit correspondre à la relation (IV.24) pour un calorimètre idéal d'équivalent en eau égal à zéro. On vérifie qu'il en est bien ainsi en identifiant T_A avec T_w , T avec T_s et en remarquant que si S est la section du cylindre de sol, $\frac{\Delta W_A}{10} \cdot S$ correspond à M_w et $z \rho_{gs} S$ à M_{gs} .

6. LE TRANSFERT RADIATIF DE LA CHALEUR

Le rayonnement thermique N_s émis par la surface naturelle est absorbé partiellement par la vapeur d'eau et le CO_2 de l'air, dans les tout premiers centimètres parcourus par le rayonnement dans les couches atmosphériques en contact immédiat avec les corps rayonnants. Inversement, l'air ainsi réchauffé par cette absorption rayonne

vers le sol. Il en résulte que le gradient thermique des couches surmontant la surface est conditionné non seulement par la diffusivité turbulente de la chaleur K_H , mais aussi par un coefficient homologue K_R de « *diffusivité radiative* » (BRUNT, 1939, p. 133). La théorie du transfert radiatif de la chaleur soulève de grandes difficultés et les opinions sont divergentes quant à l'ordre de grandeur du rôle de ces processus dans le bilan thermique des couches atmosphériques au contact du sol (cf. GEIGER, 1950, p. 46; SUTTON, 1953, p. 225). Ce dernier auteur conclut : « At the present time the radiative transfer of heat from the surface to the adjacent air layers, and vice versa, must be considered as an unsolved problem of micrometeorology ».

Au point de vue de l'équation précise du bilan d'énergie qui nous occupe, il faut remarquer que si le plan horizontal d'application du bilan est pris aussi près que possible de la surface naturelle, le terme de rayonnement effectif, $N = N_s - (1 - a_N) N_A$, n'est pas à modifier et garde un sens clair : N_s est l'énergie émise au départ de la surface, N_A est le contre-rayonnement de toute l'atmosphère, y compris les couches les plus inférieures, voisines de la surface. Nous verrons au chapitre suivant comment il convient de tenir compte du transfert radiatif de la chaleur lorsqu'on effectue le bilan énergétique à un niveau z quelconque dans l'air libre, au-dessus de la surface évaporante.

CHAPITRE V

L'EXPRESSION RATIONNELLE DE L'ÉVAPORATION D'UNE SURFACE HORIZONTALE PAR LES ÉLÉMENTS MICROCLIMATIQUES MESURABLES

L'équation (II.22) qui exprime l'évaporation V par le bilan énergétique a le grand inconvénient pour la pratique de contenir le terme K de l'échange calorifique entre l'air et la surface évaporante, ce terme n'étant pas mesurable par les méthodes instrumentales courantes de la microclimatologie. BOWEN (1926) a remarqué que l'analogie entre les lois de FICK et de FOURIER, qui traduisent respectivement V et K en fonction des gradients de tension de vapeur et de température, permettait d'exprimer très simplement le rapport K/V en fonction de ces seuls gradients mesurables. Ce rapport fournit donc une seconde relation entre K et V qui permet d'éliminer le terme gênant K de l'équation du bilan énergétique au profit de grandeurs mesurables.

1. LE RAPPORT DE BOWEN DANS LA COUCHE LIMITE

a) La dérivation originelle de BOWEN du rapport K/V .

BOWEN (1926, p. 782) définissait le rapport qui porte maintenant son nom : le rapport entre la chaleur perdue par conduction et celle perdue en chaleur latente d'évaporation au-dessus d'une nappe d'eau et par les processus de diffusion moléculaire de la chaleur et de la vapeur d'eau. Nous transposons dans le cadre plus neuf des résultats et notations des chapitres I et III le raisonnement originel d'où dérive le rapport de BOWEN dans la couche limite.

La densité du flux calorifique échangé par la surface et l'air au niveau s de la surface peut s'écrire (III.97), en ignorant le rôle de la diffusion de vapeur,

$$\mathcal{H}_0 = -k_s \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_s. \quad (\text{V.1})$$

De même, la densité du flux de diffusion de la vapeur d'eau émise au niveau de la surface s'exprime par la relation ci-après (I.76), en négligeant le rôle de la thermovaporisation,

$$\mathcal{Q}_0 = -D_{v,s} \left(\frac{\partial \rho_v}{\partial z} \right)_s = - (D_v)_s \frac{\epsilon}{p} \left(\frac{\partial e}{\partial z} \right)_s. \quad (\text{V.2})$$

La chaleur latente consommée s'obtient en multipliant ϖ_0 par $L_{v,s}$, chaleur latente de vaporisation pour la température T_s de la surface. Désignons par \mathfrak{B} le rapport de BOWEN dans la couche limite. On obtient

$$\mathfrak{B} = \frac{\mathfrak{K}_0}{L_{v,s}\varpi_0} = \frac{k_s \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_s}{(D_v)_s \frac{\varepsilon L_{v,s}}{p} \left(\frac{\partial e}{\partial z} \right)_s}. \quad (\text{V.3})$$

Introduisons un coefficient de conductivité thermique transformé (k) lié à k par la relation

$$k = c_{pa}(k). \quad (\text{V.4})$$

La relation (V.3) s'écrit alors

$$\mathfrak{B} = \frac{c_{pa}}{\varepsilon L_{v,s}} p \cdot \frac{(k)_s \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_s}{(D_v)_s \left(\frac{\partial e}{\partial z} \right)_s} \quad (\text{V.5})$$

Le tableau XI ci-dessous donne les valeurs du rapport $(k)/(D_v)$ entre 0 et 50° C. Les valeurs de (k) ont été obtenues en divisant par $c_{pa} = 0,240$ les valeurs de k calculées par la formule (III.90) et fournies au tableau IX. Les valeurs de (D_v) sont reprises du tableau II (I.58).

TABLEAU XI.
Valeur du rapport $(k)/(D_v)$.

Temp. t°	0	10	20	30	40	50
$(k) 10^4$	2,4170	2,4880	2,5570	2,6250	2,6930	2,7590
$(D_v) 10^4$	2,8840	2,9690	3,0540	3,1380	3,2210	3,3040
$(k)/(D_v)$	0,8381	0,8380	0,8373	0,8365	0,8361	0,8351

On voit que $(k)/(D_v)$ est remarquablement constant avec la température. Entre 0 et 30° C, on peut adopter, avec une erreur inférieure au millième, la valeur moyenne

$$\frac{(k)}{(D_v)} = 0,8375. \quad (\text{V.6})$$

En remplaçant $(k)_s/(D_v)_s$ par cette valeur dans (V.5) et en admettant que les gradients $\partial T/\partial z$ et $\partial e/\partial z$ sont, en première approximation, linéaires dans la couche limite, donc que

$$\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_s \simeq \frac{T_\delta - T_s}{\delta}, \quad \left(\frac{\partial e}{\partial z}\right)_s \simeq \frac{e_\delta - e_s}{\delta}, \quad (\text{V.7})$$

il vient pour le rapport de BOWEN

$$\mathfrak{B} = 0.8375 \frac{c_{pa}}{\varepsilon L_{v,s}} p \cdot \frac{T_s - T_\delta}{e_s - e_\delta}. \quad (\text{V.8})$$

On reconnaît dans le second facteur du second membre la « constante » psychrométrique

$$a = \frac{c_{pa}}{\varepsilon L_{v,s}} \quad (\text{V.9})$$

qui varie linéairement de 0 à 30° C entre 0,000646 et 0,000665. Adoptant la valeur moyenne 0,000655, le rapport de BOWEN s'écrit

$$\mathfrak{B} = 0,000549 p \frac{T_s - T_\delta}{e_s - e_\delta}. \quad (\text{V.10})$$

BOWEN (1926) proposait une expression identique mais avec un coefficient 0,000605 légèrement plus élevé, étant donné les valeurs adoptées à l'époque pour k et D_v . En outre, raisonnant pour une nappe d'eau, il assimilait T_s à T_w et e_s à E_w tandis qu'il admettait $T_\delta = T$, $e_\delta = e$. En fait, cette dernière supposition n'est légitime que pour une surface évaporant dans les mêmes conditions que celles de la mousseline du psychromètre ventilé. Dans l'état stationnaire d'équilibre qui définit cet instrument, l'apport de chaleur par l'air à la surface de la mousseline alimente exactement la chaleur latente de vaporisation. On peut donc écrire l'équation caractéristique du psychromètre

$$\mathfrak{K}_0 = -L'_v \varpi_0, \quad (\text{V.11})$$

L'_v étant la chaleur latente de vaporisation d'un gramme d'eau à T' degrés absolus, température du thermomètre mouillé. La relation (V.11) donne pour le rapport de BOWEN dans le cas du psychromètre

$$\mathfrak{B} = \frac{\mathfrak{K}_0}{L'_v \varpi_0} = -1. \quad (\text{V.12})$$

En remplaçant dans (V.10) \mathfrak{B} par -1 , T_s par T' , T_δ par T température de l'air extérieur, e_s par E' , tension maxima de la vapeur à la température T' et e_δ par e tension actuelle de la vapeur d'eau dans l'air extérieur, on obtient l'équation psychrométrique

$$-1 = 0,000549 p \frac{T' - T}{E' - e}. \quad (\text{V.13a})$$

Cette relation s'écrit encore sous sa forme habituelle

$$e = E' - 0,000549 p (\Gamma - \Gamma'). \quad (\text{V.13b})$$

L'équation psychrométrique à laquelle aboutit le raisonnement dû à BOWEN et repris ici en le modernisant n'est pas admissible. En effet, la constante psychrométrique 0,000549 diffère trop de la constante normalement admise 0,000655 (V.9). Plus précisément le raisonnement ci-dessus aboutit à l'équation

$$e = E' - 0,8375 \frac{c_{pa}}{\varepsilon L'_v} p (\Gamma - \Gamma'), \quad (\text{V.14})$$

alors que l'équation psychrométrique normale s'écrit

$$e = E' - \frac{c_{pa}}{\varepsilon L'_v} p (\Gamma - \Gamma'). \quad (\text{V.15})$$

Il faut donc en conclure que cette théorie réaliste du psychromètre par la méthode de la couche limite est fort imparfaite (cf. BRUNT, 1939, p. 270).

b) La dérivation nouvelle du rapport de BOWEN, compte tenu de la thermovaporisation.

La difficulté ci-dessus résulte probablement de l'omission des termes nouveaux de thermovaporisation dans les expressions de \mathcal{K}_0 et de \mathcal{W}_0 .

La relation (III.97) donne pour \mathcal{K}_0 l'expression ci-après

$$\mathcal{K}_0 = - \left(h_s + D_{v,s} \alpha_v^2 \frac{p - e_s}{p} \frac{e_s}{T_s} \right) \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_s + D_{v,s} \alpha_v \left(\frac{\partial e}{\partial z} \right)_s. \quad (\text{V.16})$$

D'autre part, la relation (I.84) donne pour \mathcal{W}_0

$$\mathcal{W}_0 = - (D_v)_s \frac{\varepsilon}{p} \left[\left(\frac{\partial e}{\partial z} \right)_s - \frac{p - e_s}{p} \alpha_v \frac{e_s}{T_s} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_s \right]. \quad (\text{V.17})$$

Nous sommes donc amené à écrire pour le rapport de BOWEN

$$\mathcal{B} = \frac{\left(h_s + D_{v,s} \alpha_v^2 \frac{p - e_s}{p} \frac{e_s}{T_s} \right) \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_s - D_{v,s} \alpha_v \left(\frac{\partial e}{\partial z} \right)_s}{(D_v)_s \frac{\varepsilon L_{v,s}}{p} \left[\left(\frac{\partial e}{\partial z} \right)_s - \frac{p - e_s}{p} \alpha_v \frac{e_s}{T_s} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_s \right]}. \quad (\text{V.18})$$

Par définition, ce rapport vaut — 1 pour le psychromètre ventilé. La relation (V.18) fournit la base d'une théorie réaliste nouvelle du psychromètre-instrument. Remarquons que le résultat à attendre de cette théorie qui introduit le facteur α_v de thermovaporisation

ne peut pas coïncider à priori avec la formule psychrométrique classique. Celle-ci est dérivée de considérations thermodynamiques relatives au psychromètre fictif qui idéalise ces considérations d'une manière parfaite. On sait d'ailleurs que la formule psychrométrique thermodynamique n'est pas en accord avec les résultats du psychromètre-instrument aux faibles tensions de vapeur se réalisant aux températures élevées des climats tropicaux désertiques.

2. LA THÉORIE ANALOGIQUE DU TRANSFERT PAR TURBULENCE

Avant d'établir le rapport de BOWEN pour la couche turbulente et avant d'utiliser ce rapport à l'élimination du terme K dans l'expression de l'évaporation, il convient d'abord de rappeler les bases de la théorie analogique du transfert par turbulence.

L'étude du mouvement turbulent et celle du transport par ce mouvement de diverses propriétés du fluide s'est développée dans diverses voies dont l'une des plus remarquables est celle suivie par la théorie analogique.

Cette théorie de la turbulence considère le fluide comme formé de petites masses individualisables de fluide car douées chacune, à un instant donné, d'un mouvement, d'une température, d'une matière en suspension propres à la petite masse considérée et distinctes des propriétés homologues des petites masses entourantes. Ces petites masses ou *tourbillons* sont assimilées aux molécules d'un gaz. Au cours de leur mouvement tourbillonnaire chaotique, les tourbillons échangent entre eux du mouvement, de la chaleur, de la matière, au cours des chocs, tout comme se diffusent par les chocs moléculaires au sein d'un gaz, le mouvement, l'énergie cinétique (chaleur) et les molécules elles-mêmes.

Nous allons reprendre les lois élémentaires du transport par diffusion moléculaire du mouvement, de la chaleur et de la matière en précisant les conditions limitant la validité de ces lois. Nous donnerons ensuite les lois homologues classiques du transfert turbulent et discuterons les limitations du même ordre auxquelles ces lois sont soumises.

a) Lois élémentaires du transport par diffusion moléculaire.

Nous ne faisons que reprendre ici les résultats des démonstrations de CHAPMAN et COWLING (1952, chap. 6, p. 100).

1° DIFFUSION MOLÉCULAIRE DU MOMENT.

Considérons un gaz *simple, uniforme en température et en pression*, qui se déplace en mouvement laminaire parallèle au plan $z = 0$, dans le sens Ox , avec une vitesse u_0 , fonction de z seul. On appelle

« quantité de mouvement » d'une molécule de masse m et de vitesse C le produit mC . On utilisera ici l'expression synonyme de *moment* moléculaire, dérivée de l'expression « momentum » utilisée dans les ouvrages anglo-saxons pour désigner la quantité de mouvement.

Symbolisons par $\mathfrak{D}_m(z)$ la densité nette du flux de la composante x du moment moléculaire, à travers le plan z , du côté négatif au côté positif. On montre que

$$\mathfrak{D}_m(z) = - \left[\frac{1}{2} \mathbf{u}(\bar{C}l) \right] \rho \frac{\partial u_0}{\partial z} = - \nu \rho \frac{\partial u_0}{\partial z} = - \mu \frac{\partial u_0}{\partial z}, \quad (\text{V.19})$$

\bar{C} désignant la vitesse quadratique moyenne des molécules et l leur libre parcours moyen. La quantité μ est le coefficient de *viscosité dynamique* du gaz.

$$\mu = \frac{1}{2} \mathbf{u}(\bar{C}l) \rho, \quad (\text{V.20})$$

relation fournissant en première approximation l'interprétation cinétique du coefficient μ . Le facteur numérique \mathbf{u} sans dimensions est très voisin de l'unité et vaut 0,998. Le coefficient $\nu = \mu/\rho$ est le coefficient de *viscosité cinématique*.

2° DIFFUSION MOLÉCULAIRE DE LA CHALEUR.

Considérons un gaz *simple au repos* dont la température T est une fonction de z seul. On montre que la densité $\mathfrak{D}_h(z)$ du flux net de chaleur à travers le plan z , du côté négatif au côté positif, est donnée par la relation

$$\mathfrak{D}_h(z) = - \left[\frac{1}{2} \mathbf{u}'(\bar{C}l) \frac{c_v}{c_p} \right] \rho c_p \frac{\partial T}{\partial z} = - k \frac{\partial T}{\partial z}. \quad (\text{V.21})$$

La quantité \mathbf{u}' est un facteur sans dimensions de l'ordre de l'unité. Le coefficient k est la *conductivité thermique* du gaz,

$$k = \frac{1}{2} \mathbf{u}'(\bar{C}l) \rho c_v. \quad (\text{V.22})$$

Cette relation en fournit l'interprétation cinétique de première approximation.

3° DIFFUSION MOLÉCULAIRE DE MATIÈRE.

Considérons un mélange de deux gaz simples, *uniformes en température et en pression*, dont la composition varie avec z . Assimilons l'un des gaz à la vapeur d'eau et l'autre au gaz simple fictif, l'air

sec. La densité du flux massique de la vapeur d'eau à travers le plan z , du côté négatif au côté positif, s'exprime par la relation

$$\mathfrak{D}_v(z) = - \left[\frac{1}{2} \mathbf{u}_v (\bar{C}_v l_v) \right] \frac{\partial \rho_v}{\partial z} = - D_v \frac{\partial \rho_v}{\partial z}. \quad (\text{V.23})$$

La quantité \mathbf{u}_v est un facteur sans dimensions de l'ordre de l'unité. Le coefficient de diffusion D_v de la vapeur d'eau dans l'air s'interprète cinétiquement

$$D_v = \frac{1}{2} \mathbf{u}_v (\bar{C}_v l_v). \quad (\text{V.24})$$

b) Lois classiques du transport par diffusion turbulente.

On peut synthétiser comme suit les résultats de la théorie analogique du transport par diffusion turbulente dans un fluide. Considérons une « substance » ou propriété S qui se conserve dans le transfert turbulent. Désignons plus précisément par $S(z)$ la densité nette moyenne du flux de cette propriété à travers le plan z , du côté négatif au côté positif. On suppose que cette densité moyenne est établie pour une période et une aire suffisantes, telles que le grand nombre de tourbillons élémentaires ayant traversé le plan z confère un sens statistique à cette densité moyenne de flux. Désignons par C_s la concentration volumique de la propriété. La théorie analogique conduit à écrire que la densité moyenne de flux $S(z)$ est proportionnelle en première approximation au gradient moyen $\left(\frac{\partial \bar{C}_s}{\partial z} \right)_z$, au niveau z ,

$$S(z) \simeq - K_s(z) \left(\frac{\partial \bar{C}_s}{\partial z} \right)_z. \quad (\text{V.25a})$$

Le coefficient de proportionnalité $K_s(z)$ s'appelle la *diffusivité turbulente* de la propriété considérée.

Désignons par w' l'écart entre la composante selon oz de la vitesse instantanée d'un tourbillon et la composante \bar{w} selon oz de la vitesse moyenne du fluide dans un certain intervalle de temps,

$$w' = w - \bar{w}. \quad (\text{V.26})$$

La fluctuation de vitesse w' s'appelle la *vitesse d'agitation*. La théorie analogique du transfert turbulent établit que $K_s(z)$ est défini par la relation

$$K_s(z) = w' l_s, \quad (\text{V.27})$$

l_s étant une quantité analogue au libre parcours moyen l de la théorie cinétique des gaz et appelée le *parcours de mélange* (mixing length). Cette quantité a été introduite en 1925 par PRANDTL (Mischungs-

weg). Cet auteur admet en effet l'hypothèse qu'un tourbillon élémentaire individualisé de l'entourage au niveau $z - l_s$ pour la propriété S parcourt une distance verticale l_s avant d'arriver à un niveau z où la propriété S s'homogénéise avec l'entourage, le tourbillon dissolvant alors son individualité pour la propriété S dans l'entourage. Par la relation (V.27), on voit que $K_s(z)$ est égal à la valeur moyenne des produits $w'l_s$ propres à tous les tourbillons ayant traversé l'unité d'aire du plan z au cours de la période considérée.

La relation (V.25a) peut encore s'écrire autrement en remarquant que

$$C_s = \frac{\text{Propriété}}{\text{cm}^3} = \frac{\text{Propriété}}{\text{Masse}} \times \frac{\text{Masse}}{\text{cm}^3} = s\rho \quad (\text{V.28})$$

et désignant par s la propriété spécifique, par unité de masse du fluide. En remplaçant \bar{C}_s par sa valeur $\bar{s}\bar{\rho}$ dans la relation (V.25a) il vient, $\bar{\rho}$ pouvant être considéré comme constant avec z dans la couche turbulente,

$$S(z) \simeq -K_s(z)\bar{\rho} \left(\frac{\partial \bar{s}}{\partial z} \right). \quad (\text{V.25b})$$

La quantité $K_s(z)\bar{\rho}$ coïncide avec la grandeur A_s , l'échange turbulent de la propriété introduite par SCHMIDT en 1925 (Austausch).

Appliquons maintenant la relation (V.25b) aux trois propriétés : quantité de mouvement ou moment, quantité de chaleur et quantité ou masse de vapeur d'eau, le fluide étant l'air.

1° DIFFUSION TURBULENTE DU MOMENT

La concentration \bar{C}_M de la quantité de mouvement selon x est donnée par la relation

$$\bar{C}_M = \frac{\overline{\text{masse} \times u}}{\text{volume}} = \bar{\rho} \bar{u}. \quad (\text{V.29})$$

D'où la loi du transfert de moment par turbulence, remplaçant C_s par (V.29) et S par M (moment) dans (V.25),

$$M(z) \simeq -K_M(z)\bar{\rho} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)_z. \quad (\text{V.30})$$

Le coefficient $K_M(z)$ s'appelle la *diffusivité turbulente du moment* ou plus succinctement la *viscosité turbulente* (cf. infra). Son interprétation est donnée par la relation

$$K_M(z) = w' l_M, \quad (\text{V.31})$$

l_M étant le parcours de mélange du tourbillon, relatif à sa quantité de mouvement.

2° DIFFUSION TURBULENTE DE LA CHALEUR.

La concentration de chaleur C_H est définie par

$$C_H = \frac{\text{masse} \times c_p \times \bar{T}}{\text{volume}} = \bar{\rho} c_p \bar{T}. \quad (\text{V.32})$$

D'où la loi du transfert de chaleur déjà signalée plus haut (III.117)

$$\boxed{K(z) \simeq -K_H(z) \bar{\rho} c_p \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \right)_z}. \quad (\text{V.33})$$

Le facteur de proportionnalité $K_H(z)$ s'appelle la *diffusivité turbulente de la chaleur* ou encore la *conductivité turbulente*. Il s'exprime par la relation

$$K_H(z) = \overline{w' l_H}, \quad (\text{V.34})$$

l_H étant le parcours de mélange du tourbillon pour la chaleur.

3° DIFFUSION TURBULENTE DE LA VAPEUR D'EAU.

La concentration de la vapeur d'eau \bar{C}_v peut être aussi désignée par $\bar{\rho}_v$, symbole adopté au chapitre premier. L'indice v choisi alors se référerait à la couche limite. Le nouvel indice v se réfère maintenant à la couche turbulente. La relation (V.25a) donne la loi du transfert turbulent de la vapeur d'eau qui peut s'écrire sous les deux formes (I.92) et (I.104)

$$\boxed{V(z) \simeq -K_v(z) \left(\frac{\partial \bar{\rho}_v}{\partial z} \right)_z = -K_v(z) \frac{\bar{\rho}}{p} \left(\frac{\partial \bar{e}}{\partial z} \right)_z}, \quad (\text{V.35})$$

le coefficient $K_v(z)$, *diffusivité turbulente de la vapeur d'eau*, étant interprété par la relation

$$K_v(z) = \overline{w' l_v}, \quad (\text{V.36})$$

l_v désignant le parcours de mélange du tourbillon pour la vapeur d'eau.

c) **Conditions de validité de la théorie analogique classique.**

La comparaison des relations (V.19) et (V.30), (V.21) et (V.33), (V.23) et (V.35) entraîne les correspondances respectives ci-après

entre les coefficients homologues qui caractérisent les transferts par diffusion moléculaire et turbulente :

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} \mathbf{u}(\bar{Cl}) = \nu \rightarrow K_M(z) = \overline{w' l_M}, \\ \frac{1}{2} \mathbf{u}'(\bar{Cl}) \frac{c_v}{c_p} \rightarrow K_H(z) = \overline{w' l_H}, \\ \frac{1}{2} \mathbf{u}_v(\bar{C}_v l_v) \rightarrow K_V(z) = \overline{w' l_V}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V.37})$$

Cette comparaison met en évidence des analogies remarquables.

Il convient de signaler notamment que $K_M(z)$ est exactement la grandeur analogue pour la couche turbulente du coefficient de viscosité cinématique. C'est pourquoi on appelle aussi $K_M(z)$ le coefficient de *viscosité turbulente*.

Mais cette comparaison souligne également les difficultés de la théorie analogique et pose la question des conditions exactes de validité de ses résultats. En effet, nous avons déjà insisté sur le fait que la forme fickienne des lois de la diffusion moléculaire de la chaleur et de la vapeur d'eau (V.21) et (V.23) n'est valide que sous les conditions particulières admises (en italiques dans le texte ci-dessus). On a vu que dans les conditions plus générales de non-uniformité de température et de diffusion par évaporation de la vapeur dans l'air, des lois plus complexes (III.79) et (I.82) généralisent (V.21) et (V.23). Or, le problème du transfert turbulent de moment, de chaleur et de vapeur se pose dans la couche turbulente où coexistent essentiellement un gradient thermique et des processus de diffusion de vapeur. On est donc amené à se demander si une loi de transfert telle que (V.25a) n'encourt pas les mêmes reproches que les lois fickiennes de diffusion moléculaire dans la couche limite.

d) **Bases théorique de la détermination pratique des diffusivités K_M, K_H, K_V par l'équation du transfert turbulent.**

1° DÉTERMINATION DE LA VISCOSITÉ TURBULENTE $K_M(z)$.

DEACON (1949) propose pour le gradient $\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$ intervenant dans la relation (V.30) une expression de la forme

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = a z^{-\beta}, \quad (\text{V.38})$$

l'exposant β étant > 1 en conditions instables, $= 1$ en conditions neutres et < 1 en conditions stables ⁽¹⁾.

L'intégration de (V.38) conduit à la loi ci-après de la variation de \bar{u} en fonction de z

$$\bar{u} = \frac{1}{k_0(1-\beta)} \left(\frac{\tau_0}{\bar{\rho}}\right)^{\frac{1}{2}} \left[\left(\frac{z}{z_0}\right)^{1-\beta} - 1 \right]. \quad (\text{V.39})$$

Dans l'expression au second membre, k_0 est la constante de VON KARMAN = 0,40, z_0 est le *paramètre de rugosité* de la surface, hauteur à laquelle u s'annule et τ_0 désigne la densité de flux du moment au niveau z_0 . La densité de flux du moment $M(z)$ se désigne en effet dans la théorie de la turbulence par $-\tau(z)$ (shearing stress). Le moment étant une propriété conservative dans le transfert turbulent vertical,

$$M(z) = M(0) = -\tau_0. \quad (\text{V.40})$$

L'équation (V.30) donne en tenant compte de (V.40)

$$K_M(z) = + \frac{\tau_0}{\bar{\rho} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right)_z}. \quad (\text{V.41})$$

(1) Rappelons pour le lecteur biologiste le sens de ces expressions. Dans une atmosphère en équilibre stable, la pression diminue rapidement avec l'altitude suivant une loi exponentielle établie par LAPLACE. Une masse d'air sec s'élevant dans cette atmosphère se détend donc de façon continue durant son ascension. Cette détente refroidit la masse d'air. La thermodynamique démontre que, dans l'hypothèse où la détente s'effectue adiabatiquement, c'est-à-dire sans que la masse d'air échange de chaleur avec l'air qui la baigne, le refroidissement de la masse ascendante d'air sec est d'environ 1° par 100 m (gradient adiabatique sec). On montre aisément que :

1° si le gradient thermique vertical de l'atmosphère est égal à 1°/100 m, l'atmosphère est en équilibre indifférent (neutralité);

2° si le gradient thermique vertical de l'atmosphère est plus petit que 1°/100 m, l'atmosphère est en équilibre stable (stabilité);

3° si le gradient thermique vertical de l'atmosphère est supérieur à 1°/100 m, l'atmosphère est en équilibre instable (labilité).

Dans ce dernier cas, qui est la règle, au-dessus des surfaces naturelles échauffées au milieu de la journée par le rayonnement solaire absorbé, le gradient thermique $\partial T/\partial z$ est négatif dans les couches inférieures, la température décroissant de la surface à l'air. Une masse d'air chaud s'élevant de la surface dans l'atmosphère se refroidit de 1° par 100 m, alors que l'atmosphère dans laquelle elle baigne se refroidit beaucoup plus rapidement. A chaque altitude, la masse d'air arrivera plus chaude que l'air environnant et le mouvement d'ascension amorcé continuera jusqu'à ce que le gradient thermique des couches rencontrées redevienne égal ou inférieur à 1°/100 m. Les cas de neutralité et de stabilité s'obtiennent par un raisonnement analogue.

En dérivant (V.39) par rapport à z , il vient

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \frac{1}{k_0} \left(\frac{\tau_0}{\bar{\rho}} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{z_0^{1-\beta}} z^{-\beta}. \quad (\text{V.42})$$

Tirons τ_0 de cette relation, puis remplaçons τ_0 par la valeur ainsi trouvée dans (V.41). On obtient pour l'expression cherchée de $K_M(z)$

$$K_M(z) = k_0^2 z^2 \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)_z \left(\frac{z}{z_0} \right)^{2\beta-2}. \quad (\text{V.43})$$

L'observation du profil $\bar{u}(z)$ de la vitesse du vent fournit z_0 , β et $\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$ d'où $K_M(z)$ par la relation (V.43). Celle-ci montre que $K_M(z)$ varie bien avec z proportionnellement à z^β , comme on le conclut immédiatement de (V.41) et (V.38).

2° DÉTERMINATION DE LA CONDUCTIVITÉ TURBULENTE $K_H(z)$.

BRUNT (1939, p. 224) a montré que la relation (V.33) du transfert turbulent de la chaleur devait être corrigée au second membre d'un terme $-\bar{\rho} c_p \Gamma K_H(z)$, Γ désignant le gradient adiabatique sec qui, d'environ 1° par 100 m, est d'ailleurs souvent négligeable devant $\left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_z$. La relation classique utilisée pour déterminer $K_H(z)$ s'écrit donc

$$K_H(z) = - \frac{K(z)}{\bar{\rho} c_p \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial z} + \Gamma \right)}. \quad (\text{V.44})$$

Le problème revient à déterminer la densité $K(z)$ du flux calorifique au niveau z . L'équation de la conservation de l'énergie appliquée à la couche d'air $(0, z)$ s'exprime en écrivant que la chaleur accumulée dans cette couche par surface unitaire et au cours de la période unitaire considérée est égale à l'énergie de chaleur sensible et du rayonnement thermique effectif *entrée* dans la couche au niveau zéro, diminuée de l'énergie de chaleur sensible et du rayonnement thermique effectif *sortie* de la couche au niveau z . Les interactions rayonnement thermique-chaleur et température dans la couche d'air humide $(0, z)$ ou autrement dit les processus du transfert radiatif de la chaleur obligent ici à considérer dans ce bilan la somme $K + N$. Le terme ΔQ de la chaleur totale accumulée s'écrit

$$\Delta Q = \Delta(K + N) = [K(0) + N(0)] - [K(z) + N(z)] = - \int_0^z \frac{\partial Q(z)}{\partial z} dz. \quad (\text{V.45})$$

Mais pour une propriété conservative on peut écrire

$$\frac{\partial}{\partial z} (\text{flux de la propriété}) = - \frac{\partial}{\partial t} (\text{concentration de la propriété}). \quad (\text{V.46})$$

Appliquée à la chaleur, cette relation donne

$$\frac{\partial Q(z)}{\partial z} = - \bar{\rho} c_p \frac{\partial \bar{T}}{\partial t}. \quad (\text{V.47})$$

Le terme intégrale de l'équation (V.45) peut donc s'écrire

$$\Delta Q = \int_0^z \bar{\rho} c_p \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} dz. \quad (\text{V.48})$$

D'où l'équation de la conservation de la chaleur pour la couche (0, z)

$$\int_0^z \bar{\rho} c_p \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} dz = [K(0) + N(0)] - [K(z) + N(z)]. \quad (\text{V.49})$$

L'équation (II.22) du bilan d'énergie de la surface, appliquée au niveau 0, donne d'autre part, Q_i étant supposé nul,

$$K(0) = (1 - a - \mu) G - N(0) - V(0) - Q_i. \quad (\text{V.50})$$

Remplaçant $K(0)$ par le second membre de (V.50) dans (V.49) et tirant la quantité à déterminer $K(z)$ de la relation obtenue, il vient

$$K(z) = [(1 - a - \mu) G - N(z)] - V(0) - Q_i - \int_0^z \bar{\rho} c_p \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} dz. \quad (\text{V.51})$$

L'expression entre crochets est le budget de chaleur $H(z)$ au niveau z . Si μ est négligeable, on peut écrire

$$H(z) \simeq B(z) = (1 - a) G - N(z), \quad (\text{V.52})$$

$B(z)$ étant la réponse d'un bilanmètre placé au niveau z .

Les quantités $V(0)$ et Q_i doivent être observées directement. L'observation du profil thermique permet d'estimer d'autre part l'intégrale au second membre de (V.51), terme d'ailleurs généralement négligeable lorsque z reste de l'ordre de 1 à 2 m.

L'équation (V.51) tient compte du transfert radiatif de chaleur dans la couche (0, z). L'effet de ce transfert sur la température de

l'air peut encore être mieux explicité en remarquant que l'on peut écrire

$$\frac{dN(z)}{dz} = -\bar{\rho} c_p \Delta_N T, \quad (\text{V.53})$$

$\Delta_N T$ désignant l'accroissement de la température de l'air au niveau z qui résulte de l'absorption en chaleur d'une énergie de rayonnement thermique par unité de volume $dN(z)/dz$. En intégrant (V.53) entre les niveaux 0 et z on obtient

$$\int_0^z dN(z) = - \int_0^z \bar{\rho} c_p \Delta_N T dz. \quad (\text{V.54})$$

D'où

$$N(0) - N(z) = \int_0^z \bar{\rho} c_p \Delta_N T dz. \quad (\text{V.55})$$

En substituant dans (V.51) la valeur de $N(z)$ tirée de (V.55), l'expression de $K(z)$ s'écrit

$$K(z) = [(1 - \alpha - \mu) G - N(0)] - V(0) - Q_i - \bar{\rho} c_p \int_0^z \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} - \Delta_N T \right) dz. \quad (\text{V.56})$$

On retrouve bien ainsi l'équation établie par MÖLLER (1955, p. 49) pour l'étude de $\Delta_N T$.

3° DÉTERMINATION DE LA DIFFUSIVITÉ TURBULENTE DE LA VAPEUR $K_v(z)$.

L'équation (V.35) donne pour $K_v(z)$

$$K_v(z) \simeq - \frac{V(z)}{\left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right)_z} \simeq - \frac{V(z)}{\frac{\epsilon \bar{\rho}}{p} \left(\frac{\partial \bar{e}}{\partial z} \right)_z}. \quad (\text{V.57})$$

L'observation du profil de la tension de vapeur fournit directement le dénominateur. Le numérateur $V(z)$ est tiré de l'équation de conservation de la vapeur d'eau pour la couche $(0, z)$,

$$\Delta V = V(0) - V(z) = - \int_0^z \frac{\partial V(z)}{\partial z} dz, \quad (\text{V.58})$$

ΔV étant la quantité de vapeur d'eau accumulée dans la couche d'air $(0, z)$ par unité de surface au cours de la période unitaire. La

relation (V.46) appliquée à la vapeur d'eau donne ici

$$\frac{\partial V(z)}{\partial z} = - \frac{\partial \bar{e}_v}{\partial t}. \quad (\text{V.59})$$

D'où, en remplaçant dans (V.58),

$$V(z) = V(0) - \int_0^z \frac{\partial \bar{e}_v}{\partial t} dz \quad (\text{V.60})$$

ce qui peut encore s'écrire

$$V(z) = V(0) - \frac{\varepsilon \bar{e}}{p} \int_0^z \frac{\partial \bar{e}}{\partial t} dz. \quad (\text{V.61})$$

La quantité $V(0)$ se détermine directement par pesée et l'intégrale s'estime par l'observation du profil de tension de vapeur. Ce terme est d'ailleurs généralement négligeable lorsque z reste de l'ordre de 1 à 2 m.

e) Les déterminations expérimentales de K_M, K_H, K_V et les résultats contradictoires de la littérature.

L'application des méthodes théoriques exposées ci-dessus, avec les quelques variantes théoriques ou expérimentales propres à chaque auteur, a conduit à des résultats contradictoires, actuellement très discutés dans la théorie de la turbulence.

PASQUILL (1949 a, p. 137) conclut de ses observations qu'en conditions de stabilité

$$K_H = K_V > K_M, \quad (\text{V.62})$$

tandis qu'en conditions d'instabilité

$$K_H > K_V = K_M. \quad (\text{V.63})$$

PASQUILL remarque qu'aucune explication quantitative ne peut être donnée à l'inégalité $K_H > K_V$. Ces résultats entraînent la conclusion qu'en conditions voisines de la neutralité,

$$K_H = K_V = K_M. \quad (\text{V.64})$$

RIDER et ROBINSON (1951, p. 397) concluent de leurs propres recherches que l'égalité précédente des trois diffusivités est valable même en conditions stables ou instables, sauf dans quelques cas exceptionnels inexplicables.

Plus récemment, RIDER (1954, p. 499) a établi que dans un large domaine de conditions stables ou instables

$$K_V = K_M. \quad (\text{V.65})$$

Cet auteur trouve aussi que K_H est toujours plus grand que K_V et K_M , la différence étant généralement faible. Toutefois, dans un cas très instable, $K_H = 3 K_V$ et dans un cas modérément stable, $K_H = 2 K_M$.

Nous ne pouvons reprendre ici les arguments critiques avancés par les divers auteurs dans la discussion de ces résultats. Les discussions admettent comme légitime la forme fickienne (V.25b) de l'équation du transfert par turbulence. Or, la diffusivité moléculaire joue peut-être dans le transfert par turbulence un rôle moins négligeable qu'on l'admet généralement. La structure turbulente, à un instant donné, apparaît comme formée de nombreux petits tourbillons imbriqués les uns dans les autres, de forme et de volume très diversifiés et individualisés dans leurs propriétés physiques de moment, de chaleur et de vapeur d'eau. Au cours de leur évolution dans le temps, ces tourbillons changent continûment de forme, de volume et homogénéisent avec l'entourage leurs propriétés physiques. La cause homogénéisatrice directe, à l'échelle des processus microphysiques, est bien la diffusivité moléculaire du moment, de la chaleur ou de la vapeur d'eau. Celle-ci joue un rôle certainement actif sur les nombreuses surfaces-frontières séparant les tourbillons. Sur ces surfaces en effet, les gradients thermiques, de vitesse, de tension de vapeur sont élevés à cause de la minceur extrême des couches de contact entre les tourbillons. Le transport par convection apparaît alors comme la cause renouvelant l'individualisation tourbillonnaire et entretenant ainsi l'activité continue de la diffusion moléculaire. Plus la convection turbulente est active, plus les gradients-frontières instantanés sont élevés et plus le renouvellement des tourbillons et de leurs frontières est rapide. L'activité de la diffusion moléculaire dans la turbulence apparaît donc proportionnelle à celle de la convection turbulente elle-même. La structure géométrique de la turbulence conditionne également cette activité. La diffusion moléculaire jouera par exemple un rôle plus actif au sein d'un fluide formé de très nombreux petits tourbillons de masse très faible mais développant une surface totale d'échange considérable.

S'il en est bien ainsi, une théorie dualiste « conduction-convection » du transfert turbulent de la chaleur et de la vapeur pourrait conduire à exprimer $K(z)$ ou $V(z)$ en fonction linéaire des gradients $\frac{\partial \bar{T}}{\partial z}$ et $\frac{\partial \bar{e}}{\partial z}$ selon des formes analogues aux expressions (I.81) de \mathfrak{D}_v et (III.79) de \mathfrak{D}_λ . L'interdépendance des profils de \bar{u} , \bar{T} et \bar{e} qui en résulterait serait alors susceptible d'expliquer les contradictions actuelles touchant les diffusivités K_M , K_H et K_V .

3. LE RAPPORT DE BOWEN DANS LA COUCHE TURBULENTE

Écrivons l'équation (V.33) du transfert turbulent de la chaleur sous la forme

$$\frac{K(z)}{K_H(z)} = -\bar{\rho} c_p \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \right)_z, \quad (\text{V.66})$$

et l'équation (V.35) du transfert turbulent de la vapeur d'eau sous la forme

$$\frac{L_v V(z)}{K_V(z)} = -L_v \left(\frac{\partial \bar{\rho}_v}{\partial z} \right) = -\frac{\varepsilon L_v}{p} \bar{\rho} \left(\frac{\partial \bar{e}}{\partial z} \right)_z, \quad (\text{V.67})$$

résultant de la multiplication par L_v de (V.35).

Intégrons ces équations (V.66) et (V.67) pour z variant entre le niveau z_s d'un plan horizontal voisin de la partie supérieure de la surface naturelle évaporante et le niveau z_a d'un plan horizontal à l'air libre. Supposons l'étendue suffisante et homogène. Alors $K(z)$ et $V(z)$ étant égaux à $K(0)$ et à $V(0)$ ne varient plus avec z . Ils peuvent sortir du signe intégrale et l'on obtient

$$\left\{ \begin{array}{l} K(0) \int_{z_s}^{z_a} \frac{dz}{K_H(z)} = -\bar{\rho} c_p \int_{z_s}^{z_a} \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \right)_z dz = \bar{\rho} c_p (\bar{T}_{z_s} - \bar{T}_{z_a}), \quad (\text{V.68}) \\ L_v V(0) \int_{z_s}^{z_a} \frac{dz}{K_V(z)} = -\frac{\varepsilon L_v}{p} \bar{\rho} \int_{z_s}^{z_a} \left(\frac{\partial \bar{e}}{\partial z} \right)_z dz = \frac{\varepsilon L_v}{p} \bar{\rho} (\bar{e}_{z_s} - \bar{e}_{z_a}). \quad (\text{V.69}) \end{array} \right.$$

Admettons que
$$K_H(z) = K_V(z) \quad (\text{V.70})$$

avec toutes les réserves s'attachant à cette supposition, à la lumière de la discussion précédente. Divisons membre à membre (V.68) et (V.69). On obtient pour le rapport de BOWEN b dans la couche turbulente

$$b = \frac{K(0)}{L_v V(0)} = \frac{c_p}{\varepsilon L_v} p \cdot \frac{\bar{T}_{z_s} - \bar{T}_{z_a}}{\bar{e}_{z_s} - \bar{e}_{z_a}}. \quad (\text{V.71})$$

Ce rapport est l'homologue pour la couche turbulente du rapport \mathfrak{B} pour la couche limite donné par la relation (V.8). L'application de ce dernier rapport à la détermination de l'évaporation par des grandeurs propres à la couche turbulente avait été justement critiquée par HOLZMAN (1941, p. 653). Ce dernier auteur, avec THORNTWHAITE (1939), a généralisé le rapport de BOWEN pour la couche turbulente.

SUMMER (1947, p. 153) a établi l'expression (V.71) de ce rapport en procédant comme ci-dessus. On reconnaît dans cette relation

l'expression classique du coefficient psychrométrique relatif au thermomètre humide à ventilation forcée

$$A = \frac{c_p}{\epsilon L_v} p. \quad (\text{V.72})$$

En adoptant (III.114) $c_p \simeq c_{pa} = 0,240$, $L_v = 580$, on trouve

$$A = 0,665 \frac{p}{1.000}. \quad (\text{V.73})$$

On a donc pour le rapport de BOWEN dans la couche turbulente :

$$b = 0,665 \frac{p}{1.000} \frac{\bar{T}_{z_s} - \bar{T}_{z_a}}{\bar{e}_{z_s} - \bar{e}_{z_a}}. \quad (\text{V.74})$$

L'équation (V.74) nous apprend que le rapport entre les calories échangées avec l'air par une surface naturelle horizontale et les calories de chaleur latente consacrées à l'évaporation de cette surface est égal à la constante psychrométrique multipliée par le rapport des gradients de température et de tension de vapeur régnant au-dessus de la surface naturelle. Il convient de remarquer que T_{z_s} n'a pas la même signification que la température de surface vraie ou radiative T_s . C'est pourquoi ces deux températures « de surface » ont été distinguées par des symboles différents pour éviter une confusion regrettable. Dans la suite, T_{z_a} et e_{z_a} seront parfois désignés plus simplement par T et e , température et tension de vapeur moyennes à l'air libre.

4. EXPRESSION RATIONNELLE DE L'ÉVAPORATION PAR LA FORMULE DE BOWEN

a) La formule de BOWEN.

Le rapport de BOWEN fournit une relation entre V et K , fonction uniquement de grandeurs mesurables : les gradients de température et de tension de vapeur dans l'air surmontant la surface évaporante. Cette relation va permettre d'éliminer le terme non mesurable K dans l'équation du bilan d'énergie (II.22). Reprenons cette équation, Q_s étant supposé négligeable :

$$V = [(1 - \alpha - \mu) G - N] - K - Q_i. \quad (\text{V.75})$$

Comme on peut écrire

$$b = \frac{K(0)}{L_v V(0)} = \frac{K}{V}, \quad (\text{V.76})$$

on obtient, en remplaçant K dans (V.75) par bV ,

$$V = \frac{H - Q_i}{1 + b} \text{ avec } \begin{cases} H = (1 - a - \mu) G - N, \\ b = A \frac{\bar{T}_{z_s} - \bar{T}}{\bar{e}_{z_s} - \bar{e}}. \end{cases} \quad (\text{V.77})$$

Telle est la formule de BOWEN (1926, p. 786). Elle exprime l'évaporation d'une surface naturelle par cm^2 et par minute en fonction du budget de chaleur, des calories gagnées par la surface et du rapport mesurable de BOWEN. Le progrès pratique réalisé par l'élimination dans (II.22) de K au profit de ce rapport est appréciable. En effet, l'évaporation V d'une surface naturelle quelconque par unité de surface est maintenant calculable pour une période donnée si l'on connaît :

- 1° la radiation globale pour la période;
- 2° l'albedo de la surface;
- 3° le rayonnement thermique effectif pour la période;
- 4° les couples (T, e) aux deux niveaux z , et z_0 , en valeur moyenne pour la période;
- 5° les profils thermiques du sol aux instants initial et final permettant le calcul de Q_i ;
- 6° la pression atmosphérique (altitude) qui intervient dans le calcul de A.

b) L'erreur commise dans l'emploi de la formule de BOWEN.

La formule de BOWEN (V.77) découlant de (V.71) repose sur la condition essentielle (V.70) de l'égalité entre la conductivité et la diffusivité turbulentes. Or, nous avons vu que cette supposition était loin d'être légitimée. Les auteurs semblent s'accorder à admettre que $K_H(z)$ peut dépasser largement $K_V(z)$ en cas de forte instabilité. On risque donc de commettre une erreur appréciable en appliquant la formule de BOWEN dans des conditions ne justifiant pas l'hypothèse $K_H(z) = K_V(z)$. Il convient d'étudier le sens et l'importance de cette erreur.

Désignons par r le rapport des intégrales au premier membre des équations (V.69) et (V.68) :

$$r = \frac{\int_{z_s}^{z_a} \frac{dz}{K_V(z)}}{\int_{z_s}^{z_a} \frac{dz}{K_H(z)}}. \quad (\text{V.78})$$

En conditions thermiques instables, K_H étant présumé plus grand que K_V , r est alors une quantité supérieure à l'unité. Reprenons la démonstration du rapport de BOWEN dans ce cas plus général, supposant K_V différent de K_H . Divisons (V.68) et (V.69) membre à membre; on obtient

$$\frac{K}{V} = r A \frac{\bar{T}_{z_s} - \bar{T}_{z_a}}{\bar{e}_{z_s} - \bar{e}_{z_a}} = r b. \quad (\text{V.79})$$

En remplaçant K dans l'équation (V.75) par sa valeur $K = rbV$ tirée de (V.79), on obtient l'expression correcte V_c de l'évaporation

$$V_c = \frac{H - Q_t}{1 + rb}. \quad (\text{V.80})$$

L'erreur ΔV sur V introduite par le rapport de BOWEN est donc

$$\Delta V = V_c - V = V_c \left(1 - \frac{V}{V_c}\right), \quad (\text{V.81})$$

V_c étant donné par la relation (V.80) et V par la relation classique (V.77). Or, en divisant membre à membre ces deux équations, on obtient

$$\frac{V}{V_c} = \frac{1 + rb}{1 + b}. \quad (\text{V.82})$$

L'expression de l'erreur ΔV s'écrit donc, compte tenu de la relation (V.82),

$$\Delta V = -b \frac{r-1}{1+b} V_c. \quad (\text{V.83})$$

L'erreur relative vaut

$$\frac{\Delta V}{V_c} = -b \left(\frac{r-1}{1+b}\right). \quad (\text{V.84})$$

Au-dessus d'une surface bien hydratée et évaporante en conditions thermiques instables, les gradients $(T_{z_s} - T_{z_a})$ et $(e_{z_s} - e_{z_a})$ sont positifs. Le rapport de BOWEN b est donc positif. On voit que ΔV serait alors une grandeur négative, r étant alors présumé plus grand que 1. L'emploi du rapport de BOWEN en conditions thermiques instables surestimerait donc l'évaporation. Cette conclusion est confirmée par certains résultats obtenus par PENMAN (1948, p. 133) au milieu de l'été et qui comparent pour une nappe d'eau libre les évaporations observées et calculées par la formule de BOWEN. PASQUILL (1949) a attiré l'attention sur la cause $K_H > K_V$ de cette surestimation de l'évaporation par la méthode de BOWEN.

Les résultats expérimentaux de RIDER et ROBINSON (1951, p. 382) inclinent ces auteurs à considérer le rapport $K_H(z)/K_V(z)$ comme constant avec z . Posons donc dans ces conditions

$$k_{H,V} = \frac{K_H(z)}{K_V(z)}, \quad (\text{V.85})$$

$k_{H,V}$ étant une quantité indépendante de z . En remplaçant $K_H(z)$ par $k_{H,V} K_V(z)$ dans (V.78) on obtient alors

$$r = k_{H,V}. \quad (\text{V.86})$$

Il convient aussi de remarquer qu'une erreur plus fondamentale encore entache le rapport de BOWEN sous sa forme (V.71) et la formule (V.77) qui en découle, si la validité des équations (V.66) et (V.67) peut elle-même être mise en cause. Le problème de cette erreur restant irrésolu, nous continuerons l'exposé ci-après des conséquences du rapport de BOWEN en nous plaçant dans les conditions où la forme (V.71) de ce rapport est légitimée en première approximation.

c) **Cas particuliers et remarquables d'application du rapport de BOWEN.**

La rosée.

1° Lorsque l'évaporation s'annule complètement au-dessus d'une surface naturelle desséchée, le gradient ($e_{z_s} - e$) s'annule et le rapport de BOWEN donné par (V.71) devient infini, sauf si $(T_{z_s} - T)$ est nul également. Dans le cas normal où $(T_{z_s} - T)$ n'est pas nul, b étant infini, la formule (V.77) donne bien $V = 0$. Si, par contre, $(T_{z_s} - T)$ est également nul, b prend la forme indéterminée $0/0$. Il faut donc que $H - Q_i$ soit nécessairement nul afin que V le soit. On a donc $H = Q_i$ et le budget de chaleur $[(1 - \mu - a)G - N]$ est consacré entièrement à accumuler des calories dans les corps formant la surface naturelle.

2° Remarquons, au contraire, que si cette dernière condition $H - Q_i = 0$ est réalisée, V ne s'annule pas nécessairement. En effet, si le rapport de BOWEN devient égal à -1 , V prend la forme indéterminée $0/0$. Dans ce cas, la relation (V.75) donne $V = -K$. La chaleur latente d'évaporation est fournie entièrement par les calories que l'air cède à la surface (psychromètre).

3° Durant la nuit, le rayonnement global G et par conséquent $(1 - a)G$ sont nuls. La photosynthèse brute étant aussi nulle, le terme μG vaut $-(Q_r + Q_m)$ [cf. relations (II.9), (II.10) et (II.13)]. Il en résulte qu'au cours de la nuit

$$H = (Q_r + Q_m) - N. \quad (\text{V.87})$$

On peut donc écrire (V.77)

$$V = \frac{[(Q_r + Q_m) - Q_s] - N}{1 + A \frac{\bar{T}_{z_s} - \bar{T}}{\bar{e}_{z_s} - \bar{e}}}. \quad (\text{V.88})$$

Le numérateur de (V.88) est généralement négatif. Si les conditions micrométéorologiques permettent la réalisation de profils de T et e tels que le dénominateur reste positif, V sera négatif ce qui correspond à la formation d'un dépôt de rosée. Ce phénomène très lent et de faible intensité (quelques 0,1 de mm par nuit) se réalise dans des conditions d'équilibre très délicat. La formule (V.88) est trop grossière pour l'étude fine de ce phénomène et il conviendra de l'examiner plus tard sous l'angle microphysique des processus réalisés dans la couche limite.

d) **Recherches micrométéorologiques désirables sur le rapport de BOWEN. Pratique des observations.**

La méthode du calcul à priori de l'évapotranspiration d'une surface naturelle homogène par la méthode de BOWEN offre un tel intérêt théorique et pratique qu'il est souhaitable que des recherches expérimentales soient accomplies au-dessus de nappes d'eau libre ou de surfaces naturelles idéales comme des pelouses, afin d'élucider les points théoriques importants qui prêtent encore à discussion. Il convient pour cela d'étudier simultanément les profils de \bar{u} , \bar{e} et \bar{T} au-dessus de la surface par des instruments enregistreurs appropriés et de compléter ces observations : 1° par la mesure de $H \simeq B = [(1 - a)G - N]$ à l'aide de bilanmètres; 2° par l'étude du terme Q_s , grâce à des enregistrements de température du sol; 3° par la mesure de l'évapotranspiration de la surface. Cette mesure directe de V peut être obtenue grâce à la pesée régulière de récipients délimitant une aire définie de surface évaporante, ces récipients étant installés de telle manière que leur présence ne crée aucune perturbation sensible dans l'homogénéité d'aspect de la surface naturelle. Dans ces expériences, les conditions de site revêtent une grande importance et l'on choisira un terrain réalisant des conditions d'uniformité aussi étendues que possible.

Dans les recherches purement microclimatologiques de simple application du rapport de BOWEN, le terme N pourra se déterminer empiriquement par la connaissance de T et de e . La détermination des valeurs moyennes (T, e) à deux niveaux et pour des périodes assez longues nécessite des enregistrements. Le type d'instrument utilisé doit perturber au minimum le transport par turbulence natu-

relle des calories et de la vapeur. Il doit en outre être précis. C'est pourquoi les thermohygrographes ordinaires et même le psychromètre à aspiration enregistreur ne conviennent guère pour des études fines. Les méthodes basées sur des principes électriques, bien que délicates, sont ici les seules offrant les avantages requis.

EXEMPLE DE DÉTERMINATION DE V
PAR LA FORMULE DE BOWEN.

Reprenons l'exemple proposé par ALBRECHT (1950) pour le calcul de l'évaporation d'un gazon par les formules (V.77), le 10 mai 1947, par journée ensoleillée, entre 14 heures et 14 h 15.

Cinq thermomètres à 0, 2, 5, 10 et 20 cm de profondeur donnaient un réchauffement moyen de 0,1° C dans les 5 premiers cm du sol. La chaleur spécifique du sol (par cm³) étant 0,7 cal/cm³, on a obtenu pour Q_t

$$Q_t = \frac{5 \cdot 0,1 \cdot 0,7}{15} = 0,023 \text{ cal/cm}^2 \text{ min.}$$

La mesure de $H \simeq [(1 - a)G - N]$, par un bilanmètre, a fourni
H = 0,806 cal/cm² min.

Par un psychromètre d'ASSMANN, on a obtenu en moyenne, entre 14 heures et 14 h 15 aux niveaux $z_s = 15$ cm et $z_a = 200$ cm au-dessus du gazon,

$T_{z_s} = 24,7$	$e_{z_s} = 7,8 \text{ mm} = 10,4 \text{ mb}$
$T_{z_a} = 24,0$	$e_{z_a} = 7,0 \text{ mm} = 9,3 \text{ mb}$
$T_{z_s} - T_{z_a} = 0,7$	$e_{z_s} - e_{z_a} = 1,1 \text{ mb.}$

La valeur A, donnée par (V.73), s'élève pour $p = 1.020,7$ mb à
A = 0,679.

D'où la valeur de b,

$$b = 0,679 \frac{0,7}{1,1} = 0,432.$$

Il en résulte pour l'évaporation V (V.77)

$$V = \frac{0,806 - 0,023}{1,432} = 0,55 \text{ cal/cm}^2 \text{ min.}$$

D'où, en mm/heure,

$$V \text{ mm/h} = \frac{0,55 \times 60}{58} = 0,57 \text{ mm/h.}$$

5. LA FORMULE PRATIQUE DE PENMAN POUR LE CALCUL DE L'ÉVAPORATION D'UNE NAPPE D'EAU LIBRE

a) **Établissement de la formule.**

H. L. PENMAN (1948) a établi une formule pratique basée sur l'équation (V.77), permettant de calculer l'évaporation d'une nappe d'eau libre à partir des seules données courantes recueillies dans un réseau climatologique.

La formule de BOWEN repose en effet sur les couples de valeurs (T_s, T) et (e_s, e), dont la mesure précise au-dessus de la surface relève de la recherche microclimatologique. Pour une nappe d'eau libre, PENMAN adopte pour le niveau z_s la surface au sens strict de la nappe et pose en conséquence $e_s = e_s = E_s$, tension maximum de la vapeur d'eau à la température superficielle stricte T_s de la nappe d'eau. Cette substitution de e_s à E_s dans la formule de BOWEN lui permet d'en éliminer E_s et T_s en procédant comme suit.

PENMAN pose d'abord que l'évaporation V_w d'une nappe d'eau libre peut être exprimée par la relation (I.99)

$$V_w = f(u)(E_s - e), \quad (\text{V.89})$$

$f(u)$ étant une fonction de la vitesse du vent à déterminer empiriquement.

Soit V_a l'évaporation fictive qui correspond à la substitution dans (V.89) de E à E_s , E étant la tension maxima de la vapeur correspondant à T , température habituelle de l'air, mesurée sous l'abri météorologique. PENMAN appelle, par définition,

$$V_a = f(u)(E - e) = f(u) \Delta e \quad (\text{V.90})$$

le *pouvoir évaporant* de l'air; Δe est le *déficit de saturation* au sens climatologique normal.

La formule de BOWEN (V.77) donne, d'autre part, (on suppose $Q_s = 0$),

$$V_w = \frac{H}{1 + A \frac{T_s - T}{E_s - e}}, \quad (\text{V.91})$$

H étant ici égal à $(1 - a)G - N$, puisque $\mu = 0$ pour une nappe d'eau libre. PENMAN pose ensuite

$$d = \frac{E_s - E}{T_s - T}. \quad (\text{V.92})$$

La quantité d mesure la pente moyenne de la courbe des tensions maxima dans l'intervalle $T_s - T$. Quand cet intervalle reste petit,

comme c'est généralement le cas pour une nappe d'eau libre, d peut se confondre avec la pente dE/dT de cette courbe (T, E) au point T ,

$$d \simeq \left(\frac{dE}{dT} \right)_T. \quad (V.93)$$

Les trois équations (V.89), (V.90) et (V.92) permettent aisément d'exprimer le rapport $T_s - T/E_s - e$ de la formule de BOWEN (V.91) en fonction de V_w, V_a et d et d'éliminer ainsi T_s et E_s de cette relation.

Multiplions (V.89) et (V.92) membre à membre. On obtient

$$V_w d = f(u) (E_s - e) \frac{E_s - E}{T_s - T}. \quad (V.94)$$

On tire de cette relation le rapport cherché

$$\frac{T_s - T}{E_s - e} = \frac{f(u) (E_s - E)}{V_w d}. \quad (V.95)$$

Or, en soustrayant membre à membre (V.89) et (V.90), le numérateur au second membre s'écrit

$$f(u) (E_s - E) = V_w - V_a. \quad (V.96)$$

D'où

$$\frac{T_s - T}{E_s - e} = \frac{V_w - V_a}{V_w d}. \quad (V.97)$$

En remplaçant dans la formule de BOWEN (V.91), il vient finalement

$$V_w = \frac{d.H + AV_a}{d + A}, \text{ avec } \left\{ \begin{array}{l} H = (1 - a) G - N \\ V_a = f(u) \Delta e \\ d = \left(\frac{dE}{dT} \right)_T \end{array} \right. . \quad (V.98)$$

Telle est la formule pratique de PENMAN. Lorsque Q_i n'est pas négligeable, H doit être évidemment remplacé par $H - Q_i$ dans l'expression (V.98). L'analyse de celle-ci montre que le calcul pratique de V_w n'exige en fin de compte que la connaissance de l'inso-
lation I , de la température de l'air T , de la tension de vapeur d'eau e , de la pression atmosphérique p et enfin de la vitesse du vent u . En effet, on peut écrire :

$$\left\{ \begin{array}{ll} H = (1 - a) G - N & = \text{fonction de } I, T, e; \\ d = (dE/dT)_T & = \text{fonction de } T; \\ A = \frac{c_p}{0,662 L_v} p & = \text{fonction de } p; \\ V_a = f(u) \Delta e & = \text{fonction de } u, T, e. \end{array} \right.$$

La fonction $f(u)$ doit être établie au préalable par des mesures simultanées de l'évaporation V_w de l'eau d'une cuve évaporométrique, du gradient $E_s - e$ et de la vitesse du vent. L'équation (V.98) donne, en effet,

$$f(u) = \frac{V_w}{E_s - e}. \quad (\text{V.99})$$

V_w s'observe par une vis micrométrique contrôlant au 0,1 mm près le mouvement vertical d'une pointe devant être amenée au contact de l'eau de manière à être prolongée exactement par son image. Cette mesure s'effectue dans une petite chambre placée contre la paroi de la cuve. Cette chambre forme vase communiquant avec la cuve et isole une surface d'eau parfaitement tranquille de la nappe d'eau libre de l'évaporomètre agitée par le vent. La cuve évaporométrique servant à vérifier la formule (V.98) et à établir au préalable la fonction (V.99) doit avoir ses parois isolées thermiquement, sinon l'échange Q_i de chaleur entre les parois et le sol peut être important, alors qu'il a été négligé dans l'établissement de (V.98). La tension maximum E_s s'obtient pratiquement en mesurant la température de surface de l'eau par une sonde thermométrique recouverte d'une mousseline et immergée partiellement dans la nappe d'eau.

b) Discussion de la formule. Ses avantages et ses limitations d'emploi.

La formule de PENMAN marque un progrès décisif sur tous les indices purement empiriques proposés à ce jour pour déterminer l'évaporation potentielle d'une nappe d'eau. L'équation (V.98) fournit une expression de V_w certes de première approximation à cause des hypothèses simplificatrices admises, mais logiquement construite. Toutes les causes climatologiques élémentaires de l'évaporation naturelle d'une nappe d'eau sont retenues, conséquence d'un filtrage rationnellement mené. La caractéristique à choisir pour représenter chaque élément climatologique y est aussi définie. La forme analytique exacte qui combine entre elles ces caractéristiques est obtenue. Enfin, la formule étant établie par une voie descendante, du rigoureux au simplifié, les diverses approximations consenties sont connues. Analysons ces dernières afin de fixer les limitations d'emploi de la formule de PENMAN :

1° PENMAN adopte la formule de BOWEN établie pour la couche turbulente mais en faisant coïncider le niveau z_s qui doit être pris dans l'air libre avec le niveau s de la surface de la nappe d'eau libre au sens strict. La couche d'air $(0, z_a)$ considérée englobe donc la couche limite $(0, \delta)$ et la couche turbulente (δ, z_a) . Or, les formules de BOWEN sont différentes dans ces deux cas. La formule pratique de PENMAN comporte donc une erreur qu'il convient d'étudier.

L'équation (V.8) donne pour l'expression du rapport de BOWEN dans la couche limite, au-dessus d'une nappe d'eau libre,

$$\mathfrak{B} = \frac{\mathfrak{K}_0}{L_{vs} \mathfrak{D}_0} = 0,84 A \frac{T_s - T_\delta}{E_s - e_\delta}. \quad (\text{V.100})$$

Pour une nappe d'eau libre d'étendue suffisante, on peut admettre

$$V_w \simeq L_{vs} \mathfrak{D}_0 \quad K \simeq \mathfrak{K}_0. \quad (\text{V.101})$$

L'équation du bilan d'énergie pour la nappe d'eau libre

$$V_w = [(1 - a) G - N] - K - Q_t \quad (\text{V.102})$$

conduit alors, en remplaçant K par $\mathfrak{B}V_w$, à la formule de BOWEN dans la couche limite

$$V_w = \frac{H - Q_t}{1 + 0,84 A \frac{T_s - T_\delta}{E_s - e_\delta}}. \quad (\text{V.103})$$

La formule de BOWEN (V.77) dans la couche turbulente s'écrit en prenant z_s au niveau δ

$$V_w = \frac{H - Q_t}{1 + A \frac{T_\delta - T}{e_\delta - e}}. \quad (\text{V.104})$$

Éliminons T_δ et e_δ des deux relations précédentes. Pour cela écrivons-les sous la forme

$$T_s - T_\delta = \frac{H - Q_t - V_w}{0,84 A V_w} (E_s - e_\delta), \quad (\text{V.105})$$

$$T_\delta - T = \frac{H - Q_t - V_w}{A V_w} (e_\delta - e). \quad (\text{V.106})$$

Additionnons membre à membre. Il vient

$$T_s - T = \frac{H - Q_t - V_w}{0,84 A V_w} [(E_s - e_\delta) + 0,84 (e_\delta - e)]. \quad (\text{V.107})$$

Précisons la position de e_δ entre E_s et e en posant

$$e_\delta = e + \alpha_e (E_s - e), \quad (\text{V.108})$$

le paramètre α_e étant compris entre 0 et 1.

Tenant compte de (V.108) la relation (V.107) s'écrit

$$T_s - T = \frac{H - Q_t - V_w}{0,84 A V_w} (1 - 0,16 \alpha_e) (E_s - e). \quad (\text{V.109})$$

En posant

$$\alpha_{\delta} = \frac{0,84}{1 - 0,16 \alpha_e}, \quad (\text{V.110})$$

α_{δ} variant entre 0,84 et 1 selon la valeur de α_e , la formule de BOWEN s'écrit alors par (V.109)

$$V_w = \frac{H - Q_i}{1 + \alpha_{\delta} A \frac{T_s - T}{E_s - e}}. \quad (\text{V.111})$$

Il en résulte que la formule pratique de PENMAN, corrigée de cette erreur, s'obtient immédiatement en remplaçant dans (V.98) A par $\alpha_{\delta} A$

$$[V_w]_{c_1} = \frac{d \cdot H + \alpha_{\delta} A V_a}{d + \alpha_{\delta} A}. \quad (\text{V.112})$$

L'erreur commise dans l'emploi de la formule pratique est ainsi

$$\Delta V_{w,1} = [V_w]_{c_1} - [V_w]_e = \frac{d \cdot H + \alpha_{\delta} A V_a}{d + \alpha_{\delta} A} - \frac{d \cdot H + A V_a}{d + A}. \quad (\text{V.113})$$

Le calcul conduit à

$$\Delta V_{w,1} = \frac{(1 - \alpha_{\delta}) (H - V_a) A d}{(d + \alpha_{\delta} A) (d + A)}. \quad (\text{V.114})$$

Les quantités $\alpha_{\delta} A$ et d étant positives, cette erreur a le signe de $H - V_a$.

2° La seconde source d'erreur de la formule de PENMAN est celle qui résulte de l'hypothèse $K_V = K_H$ de la formule de BOWEN. Cette erreur se corrige immédiatement en utilisant la relation (V.80). Il suffit de remplacer A par rA dans la formule (V.98)

$$[V_w]_{c_2} = \frac{d \cdot H + r A V_a}{d + r A}. \quad (\text{V.115})$$

L'erreur commise s'exprime par la relation homologue de (V.114)

$$\Delta V_{w,2} = [V_w]_{c_2} - [V_w]_e = \frac{(1 - r) (H - V_a) A d}{(d + r A) (d + A)}. \quad (\text{V.116})$$

Son signe varie selon le signe de $H - V_a$ et selon que r est plus petit ou plus grand que l'unité. En conditions thermiques instables, r étant alors > 1 et comme généralement $H > V_a$, l'erreur est négative. La formule pratique surestime l'évaporation.

L'association des deux erreurs étudiées est immédiate. Il suffit

de remplacer dans la formule pratique A par $a_{\delta} r A$. D'où la formule pratique améliorée

$$V_{w,c} = \frac{d \cdot H + a_{\delta} r A V_a}{d + a_{\delta} r A} \quad (\text{V.117})$$

et l'erreur complète sur la formule pratique normale

$$\Delta V_w = \frac{(1 - a_{\delta} r) (H - V_a) A d}{(d + a_{\delta} r A)(d + A)}. \quad (\text{V.118})$$

Le signe de cette erreur varie selon la valeur de $a_{\delta} r$ et le signe de $H - V_a$.

3° La démonstration de la formule de BOWEN, aussi bien dans la couche limite que dans la couche turbulente, suppose que l'étendue d'eau considérée est suffisamment grande et homogène dans ses conditions de surface (indépendance de K et de V par rapport aux variables x et y). Ces conditions sont mal réalisées pour la cuve évaporométrique standard, d'environ 2 m de côté. Il y aurait donc intérêt, dans l'étude de la formule de PENMAN, à placer la nappe d'eau libre de la cuve au centre d'une nappe d'eau d'étendue suffisante.

4° La relation (V.89)

$$V_w = f(u) (E_s - e) \quad (\text{V.119})$$

utilisée dans l'établissement de la formule pratique est illégitime sur le plan rationnel, puisqu'elle englobe les processus d'évaporation dans la couche limite et dans la couche turbulente, processus obéissant à des lois de nature différente comme on l'a montré au chapitre premier. Cette remarque explique sans doute la dispersion relativement forte des points expérimentaux obtenus par divers auteurs dans le système d'axes

$$x = u, \quad y = \frac{V_w}{E_s - e}. \quad (\text{V.120})$$

Elle explique aussi la grande variabilité des formes proposées pour $f(u)$ par les auteurs ayant étudié une telle formule, suggérée pour la première fois par DALTON.

PENMAN (1948, p. 132) a trouvé dans ses expériences menées à Rothamsted :

$$V_w \text{ mm/jour} = 0,26 (1 + 0,146 u_2) (E_s - e), \quad (\text{V.121a})$$

u_2 étant la vitesse du vent en km/h à 2 m de hauteur au-dessus de la cuve évaporométrique et $E_s - e$ étant mesuré en mb. Les expériences de ROHWER (1931) à Fort Collins au Colorado ont fourni des

résultats qui, interpolés pour 2 m de hauteur par PENMAN (1948, p. 122) et réduits dans nos unités, conduisent à

$$V_{10} \text{ mm/jour} = 0,30(1 + 0,106 u_2)(E_s - e). \quad (\text{V.121b})$$

On a obtenu dans les conditions du climat équatorial de Yanguambi pour la nappe d'eau libre d'une cuve évaporométrique de section 2×2 m et isolée thermiquement, l'expression assez différente (BERNARD et FRÈRE, 1956)

$$V_{10} \text{ mm/jour} = 0,16(1 + 0,217 u_2)(E_s - e). \quad (\text{V.121c})$$

En conclusion, il importe, dans l'application de la formule pratique de PENMAN, d'établir au préalable, par la pure voie expérimentale, à partir d'une cuve évaporométrique standard, la meilleure forme de $f(u)$ pour le type régional de climat où l'on veut appliquer la formule.

5° Terminons par une dernière remarque. Le déficit de saturation climatologique habituel $\Delta e = E - e$ figure dans la formule pratique par $V_a = f(u) \Delta e$. Divers auteurs ont nié tout intérêt à cette caractéristique de l'humidité de l'air pour le problème de l'évaporation. L'article bien connu de LEIGHLY (1937) a été rédigé pour démontrer la fausseté de la thèse défendue par ANDERSON (1936), qui avait prôné l'emploi en écologie de Δe pour les problèmes d'évaporation et de transpiration, au lieu de l'humidité relative. Les auteurs qui rejettent l'utilité du déficit ont évidemment raison de faire remarquer qu'on ne peut écrire en toute rigueur la relation (V.119). Or, d'autre part, on ne peut contester que les variations relatives de $E - e$ gardent cependant un sens écoclimatique plus direct pour le problème de l'évaporation que les fluctuations de l'humidité relative $U = 100 e/E$, grandeur qui n'a rien à voir avec l'évaporation sous l'angle rationnel. Pourtant, que de statistiques climatologiques la publient toujours, archaïsme qui serait encore acceptable si l'on avait toujours la possibilité de recalculer par la donnée complémentaire de la température T observée à la même heure, la tension de vapeur e ou le déficit Δe . C'est hélas rarement le cas.

La formule de PENMAN montre maintenant le parti rationnel à tirer du déficit de saturation climatologique dans le problème de l'évaporation.

6. LA FORME D'INTERVENTION DE LA VITESSE DU VENT DANS L'EXPRESSION DE L'ÉVAPORATION

a) Généralités.

1° Dans la théorie microphysique de l'évaporation d'une surface lisse, exposée au chapitre premier, la vitesse du vent intervient en régissant l'épaisseur δ de la couche limite laminaire. Plus la composante horizontale u de la vitesse du vent est élevée, plus cette épaisseur δ diminue selon une fonction inversement proportionnelle à \sqrt{u} et plus le gradient $(e_s - e_\delta)/\delta$ augmente. Il en résulte que l'évaporation augmente en fonction de \sqrt{u} (cf. I.62 et I.83).

2° Dans l'expression (II.22) de l'évaporation d'une surface naturelle horizontale par l'équation du bilan d'énergie appliqué au niveau z , au-dessus de la surface, le rôle de la vitesse du vent est implicitement traduit par les termes V et K qui dépendent tous les deux de u . Pour préciser les idées, étudions cette dépendance dans l'exemple simple des conditions de neutralité. On peut écrire dans ce cas grâce à la relation (V.64) et à la relation (V.43) dans laquelle β devient égal à l'unité,

$$K_M(z) = K_H(z) = K_V(z) = h_0^2 z^2 \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)_z. \quad (\text{V.122})$$

La loi (V.39) de DEACON qui donne la variation de u avec z prend la forme indéterminée 0/0 pour $\beta = 1$. Dans ce cas, l'expérience et la théorie concourent à justifier pour $u(z)$ la loi logarithmique de ROSSBY de la forme (cf. SUTTON, 1953, p. 84)

$$\bar{u} = \frac{\bar{u}_1}{\log_e \frac{z_1 + z_0}{z_0}} \log_e \frac{z + z_0}{z_0}, \quad (\text{V.123})$$

\bar{u}_1 étant la vitesse moyenne de référence du vent, prise au niveau z_1 bien défini, par exemple à 1 m au-dessus de la surface; z_0 est la « hauteur de rugosité » de surface, variable avec la nature de celle-ci et de l'ordre du cm.

La loi (V.123) montre que pour $z = 0, \bar{u} = 0$. Elle ne s'applique donc qu'à partir du niveau origine pour lequel $\bar{u} = 0$. Ce niveau origine doit encore être précisé pour la pratique par rapport au niveau origine absolu, par exemple la surface du sol sous la végétation. Soit h la hauteur par rapport au sol. Soit h_v la hauteur moyenne de la surface supérieure de la couverture végétale. On a

$$z = h - (h_v + z_0). \quad (\text{V.124})$$

La hauteur de rugosité varie d'environ 4 cm pour un champ de froment et des pelouses à hautes herbes à environ 0,4 cm pour un gazon très court (DEACON, 1949, p. 92).

On montre aisément que la loi de DEACON (V.39) tend vers la loi de ROSSBY (V.123) lorsque β tend vers l'unité.

Dérivons (V.123) par rapport à z . On obtient

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \frac{\bar{u}_1}{\log \frac{z_1 + z_0}{z_0}} \frac{1}{z + z_0}. \quad (\text{V.125})$$

En remplaçant cette dérivée $\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$ par le second membre dans les relations (V.122) il vient

$$K_M(z) = K_H(z) = K_V(z) = \left[k_0^2 \frac{1}{\log_e \frac{z_1 + z_0}{z_0}} \frac{z^2}{z + z_0} \right] \bar{u}_1. \quad (\text{V.126})$$

Pour des hauteurs z de l'ordre du mètre, devant lesquelles z_0 est négligeable, $z^2/z + z_0$ est très voisin de z et les coefficients de diffusivité varient proportionnellement à \bar{u}_1 et à z .

Posant la quantité entre crochets de (V.126) égale à $f(z)$, les relations (V.30), (V.33) et (V.35) donnent alors

$$\left\{ \begin{array}{l} M(z) = -\tau_0 = -f(z) \bar{\rho} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)_z \bar{u}_1, \quad (\text{V.127a}) \\ K(z) = -f(z) \bar{\rho} c_p \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \right)_z \bar{u}_1, \quad (\text{V.127b}) \\ V(z) = -f(z) \frac{\varepsilon \bar{\rho}}{p} \left(\frac{\partial \bar{e}}{\partial z} \right)_z \bar{u}_1. \quad (\text{V.127c}) \end{array} \right.$$

b) Examen critique des expressions et indices empiriques de l'évaporation de la forme $V = f(u)(e_1 - e_2)$.

L'analyse qui précède permet de commenter comme suit, sous l'angle critique, la valeur théorique des expressions et indices empiriques proposés pour exprimer V en fonction de la vitesse du vent et du gradient de tension de vapeur entre deux niveaux.

1° EXPRESSIONS ÉTABLIES POUR LA COUCHE LIMITE.

Les formes

$$V = C \sqrt{\bar{u}} (e_s - e_\delta) \quad (\text{V.128})$$

sont justifiables. La formule de WAGNER (1931), à une constante 0,3

près ajoutée à \bar{u} , est bien de cette forme (p en mm Hg, \bar{u} en m/sec),

$$V = 10^{-2} \frac{750}{p} \frac{T}{T_0} \sqrt{\bar{u} + 0,3} (e_s - e_s) \text{ g/cm}^2 \text{ heure.} \quad (\text{V.129})$$

Par contre, dans la couche limite, les formes

$$V = C (a + b \bar{u}) (e_s - e_s), \quad (\text{V.130})$$

a pouvant être nul, sont théoriquement injustifiables. C'est le cas de la formule de GIBLETT (1921) citée par BRUNT (1939, p. 272) :

$$V = C (1 + c \bar{u}) (e_s - e_s). \quad (\text{V.131})$$

2° EXPRESSIONS ÉTABLIES POUR LA COUCHE TURBULENTE.

Ici, au contraire, les formes

$$V = C (a + b \bar{u}) (e_1 - e_2) \quad (\text{V.132})$$

sont mieux justifiables, avec $a = 0$ ou $\neq 0$, e_1 et e_2 étant les tensions de vapeur observées aux deux niveaux respectifs 1 et 2 dans l'air libre, au-dessus de la surface (V.127c). La valeur $a \neq 0$ s'explique du fait que dans la pratique de la recherche empirique de telles formules, l'anémomètre utilisé possède un seuil de sensibilité et indique une vitesse de vent nulle alors que $\bar{u} = \bar{u}_0 \neq 0$. Désignons par \bar{u}_a la mesure de la vitesse du vent par un tel anémomètre. La forme (V.132) s'applique alors à l'évaporation avec $a \neq 0$,

$$V = C (a + b \bar{u}_a) (e_1 - e_2) \quad (\text{V.133})$$

Au contraire, \bar{u} désignant la vitesse réelle du vent, la forme ci-après avec $a = 0$ est seule strictement justifiable (V.127c),

$$V = C b \bar{u} (e_1 - e_2). \quad (\text{V.134})$$

Or, l'évaporation faible v_0 qui correspond à $\bar{u} = u_0$ peut se calculer soit par (V.134), soit par la relation (V.133) appliquée pour $\bar{u}_a = 0$. D'où

$$v_0 = C b \bar{u}_0 (e_1 - e_2) = C a (e_1 - e_2). \quad (\text{V.135})$$

Il en résulte que dans les formes (V.133) théoriquement justifiables, on devrait avoir

$$a = b \bar{u}_0. \quad (\text{V.136})$$

Les formes d'expression de l'évaporation dans la couche turbulente en $\sqrt{\bar{u}}$ ne sont évidemment pas admissibles.

3^o EXPRESSIONS ENGLOBANT
LES COUCHES LIMITE ET TURBULENTE (NAPPE D'EAU).

Il convient de remarquer que dans la recherche de formes telles que (V.132), on considère souvent le niveau 1 comme celui pris au niveau même de la surface. Nous avons déjà souligné le fait que ce niveau est toujours, pour la plupart des surfaces naturelles, un niveau voisin de celles-ci, pris en fait à l'air libre. De sorte que la forme

$$V = C(a + b \bar{u}) (e_s - e) \quad (\text{V.137})$$

reste légitime si l'indice s se rapporte à la surface au sens large. Pour une nappe d'eau libre, si le niveau s est pris au sens strict, une forme telle que (V.137) n'est pas justifiable. Il convient d'adopter alors une forme empirique telle que

$$V = C(a + b u^n) (e_s - e), \quad (\text{V.138})$$

l'exposant n étant compris entre $1/2$ (loi en $\sqrt{\bar{u}}$ de la couche limite) et l'unité (loi en u de la couche turbulente). La formule de TRABERT (1896)

$$V = C \sqrt{\bar{u}} (E_s - e) \quad (\text{V.139})$$

pour une nappe d'eau libre ($e_s = E_s$) correspond à la formule (V.138) pour le cas extrême $n = \frac{1}{2}$.

* * *

Il importe aussi de distinguer dans l'analyse critique d'une formule d'évaporation si elle se réfère empiriquement à une surface évaporante indéfinie et homogène ou à une surface limitée de forme précise. La théorie de ces deux cas introduisant des conditions différentes pour le transfert de vapeur aboutit à des résultats différents.

Ainsi W. G. L. SUTTON obtient pour l'évaporation théorique d'une surface rectangulaire saturée d'eau, de longueur x_0 dans la direction de la vitesse du vent u_1 et de largeur y_0 , une expression (cf. O. G. SUTTON, 1953, p. 306; BRUNT, 1939, p. 274)

$$V = \text{Cte} \cdot \bar{u}_1^{0,78} x_0^{0,89} y_0. \quad (\text{V.140})$$

Cette expression a été vérifiée expérimentalement au laboratoire par de nombreux auteurs. Pour des petites surfaces de forme elliptique ou circulaire (rondelles du Piche), l'exposant théorique de \bar{u}_1 dans l'expression de l'évaporation reste 0,78.

7. COMPARAISON DES MÉTHODES ÉNERGÉTIQUE ET AÉRODYNAMIQUE D'EXPRESSION DE L'ÉVAPORATION NATURELLE

Les méthodes de détermination de l'évaporation des étendues naturelles se classent, d'après l'exposé qui précède, en deux groupes bien distincts : 1° les méthodes basées sur le bilan énergétique et qui ne requièrent pas la mesure de la vitesse du vent; 2° les méthodes qui n'utilisent pas le bilan énergétique mais nécessitent la mesure de la vitesse du vent.

Ces dernières méthodes s'appellent *aérodynamiques*. Il convient de comparer les avantages et les inconvénients des deux méthodes, sous les angles théorique et pratique.

a) Les méthodes du bilan énergétique.

Les expressions de l'évaporation d'une étendue naturelle par le bilan d'énergie (II.22), par la formule de BOWEN (V.77), par la formule de PENMAN pour une nappe d'eau libre (V.98), appartiennent à ces méthodes. Elles dépendent toutes les trois du budget de chaleur H . Leur application exige donc la détermination précise du bilan de rayonnement $(1 - a)G - N$ et, pour de courtes périodes, celle de la chaleur accumulée Q_i . Les formules de BOWEN et de PENMAN reposent en outre sur l'égalité encore hypothétique

$$K_V(z) = K_H(z), \quad (\text{V.141})$$

qui permet d'éliminer K au profit de la température et de la tension de vapeur observées à deux niveaux dans l'air libre. La méthode de BOWEN exige de disposer d'une instrumentation précise et délicate, pour la mesure de B , \bar{T} et \bar{e} . Elle s'applique mieux en conditions de neutralité ou de stabilité thermique pour lesquelles l'égalité (V.141) semble mieux se justifier.

b) Les méthodes aérodynamiques.

Alors que les méthodes du bilan énergétique (équation du bilan d'énergie et formule de BOWEN) n'explicitent pas le rôle analytique que joue la vitesse du vent dans l'évaporation, les méthodes aérodynamiques cherchent à traduire l'évaporation en fonction seulement de la vitesse du vent et de la tension de vapeur, indépendamment de la considération de grandeurs énergétiques. Ces méthodes utilisent l'égalité

$$K_V(z) = K_M(z), \quad (\text{V.142})$$

qui paraît mieux justifiée en conditions instables.

La seule méthode aérodynamique, actuellement susceptible d'application pour la détermination pratique de l'évaporation des étendues

naturelles, est celle de THORNTHWAITÉ et HOLZMAN (1939, 1942).
Plaçons-nous en conditions de neutralité. L'équation (V.43) donne
alors, β valant 1,

$$K_M(z) = h_0^2 z^2 \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)_z. \quad (V.143)$$

Une intégration entre les niveaux z_1 et z_2 conduit à

$$\int_{z_1}^{z_2} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)_z dz = \frac{1}{h_0^2} \frac{K_M(z)}{z} \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{z} \quad (V.144)$$

du fait que $K_M(z)/z$ est une constante pouvant sortir du signe intégrale, d'après la relation (V.126) valable en conditions de neutralité. La relation (V.144) fournit, tenant compte de (V.142),

$$K_M(z) = K_V(z) = \frac{h_0^2 z (\bar{u}_2 - \bar{u}_1)}{\log_e \frac{\tilde{z}_2}{\tilde{z}_1}}. \quad (V.145)$$

Reprenons la relation (V.35)

$$V(0) \simeq V(z) = -K_V(z) \frac{\varepsilon \bar{p}}{p} \left(\frac{\partial \bar{e}}{\partial z} \right)_z. \quad (V.146)$$

En remplaçant $K_V(z)$ dans cette relation par sa valeur (V.145) et tirant $\left(\frac{\partial \bar{e}}{\partial z} \right)_z$, on obtient

$$\left(\frac{\partial \bar{e}}{\partial z} \right)_z = - \frac{V(0) \log_e \frac{\tilde{z}_2}{\tilde{z}_1}}{\frac{\varepsilon \bar{p}}{p} h_0^2 (\bar{u}_2 - \bar{u}_1)} \frac{1}{z}. \quad (V.147)$$

Une nouvelle intégration entre les niveaux z_1 et z_2 donne la relation de THORNTHWAITÉ et HOLZMAN déjà rappelée (I.98)

$$\boxed{V(0) = \frac{\varepsilon \bar{p}}{p} h_0^2 \frac{(\bar{e}_1 - \bar{e}_2)(\bar{u}_2 - \bar{u}_1)}{\left(\log_e \frac{\tilde{z}_2}{\tilde{z}_1} \right)^2}}. \quad (V.148)$$

L'équation d'état (III.101) de l'air humide donne

$$\frac{\bar{p}}{p} = \left(1 - 0,378 \frac{e}{p} \right) \frac{1}{R_a T} \quad (V.149)$$

avec, p étant en mb (I.7b),

$$R_a = 2,8704 \cdot 10^3. \quad (V.150)$$

Remplaçant ϵ par 0,622 et k_0 par 0,40, et tenant compte des relations précédentes, l'expression (V.148) s'écrit

$$V(0) = 0,3467 \cdot 10^{-4} \left(1 - 0,378 \frac{e}{p} \right) \frac{(\bar{e}_1 - \bar{e}_2) (\bar{u}_2 - \bar{u}_1)}{T \left(\log_e \frac{\bar{z}_2}{\bar{z}_1} \right)^2}. \quad (\text{V.151})$$

Dans cette expression, $V(0)$ est mesuré en $g/cm^2 \text{ sec}$, \bar{e}_1 et \bar{e}_2 sont exprimés en mb, \bar{u}_2 et \bar{u}_1 en cm/sec , z_1 et z_2 en cm. Les quantités e , p et T sont des valeurs moyennes pour la couche d'air (z_1, z_2).

En conditions d'instabilité thermique, la relation (V.142) est toujours valable mais la loi logarithmique de la variation de \bar{u} avec z qui conduit à (V.143) doit être remplacé par la loi de DEACON (V.39). En refaisant le raisonnement ci-dessus, on obtient (cf. PASQUILL, 1949, p. 138)

$$V(0) = 0,3467 \cdot 10^{-4} \left(1 - 0,378 \frac{e}{p} \right) (1 - \beta)^2 z_0^{2(1-\beta)} \frac{(\bar{e}_1 - \bar{e}_2) (\bar{u}_2 - \bar{u}_1)}{(\bar{z}_2^{1-\beta} - \bar{z}_1^{1-\beta})^2}. \quad (\text{V.152})$$

L'application des formules (V.151) et (V.152) a aussi montré qu'il convenait de remplacer les quantités z_1 et z_2 par $z_1 - d$ et $z_2 - d$, la quantité d étant un déplacement vertical, fonction de la nature de la surface évaporante.

Les formules aérodynamiques nécessitent la mesure précise de \bar{e} et de \bar{u} . RIDER (1954) a étudié l'application pratique des lois (V.151) et (V.152) pour un champ d'avoine. Il conclut que l'emploi de la forme (V.152) soulève des difficultés du fait que les anémomètres actuels ne sont pas assez précis pour déterminer β avec l'exactitude requise.

Remarquons encore que les méthodes aérodynamiques dépendent de la constante universelle de la turbulence k_0 de VON KARMAN. Dans la théorie de la turbulence, cette constante s'introduit comme coefficient de proportionnalité entre le parcours de mélange l et le niveau ($z + z_0$), z_0 étant la hauteur de rugosité,

$$l = k_0 (z + z_0). \quad (\text{V.153})$$

Mais, alors que k_0 semble bien constant dans les conditions isothermes du laboratoire, SHEPPARD (1947 a et b) trouve $k_0 \cong 0,40$ en conditions neutres, $k_0 > 0,40$ en conditions instables et $k_0 < 0,40$ en conditions stables.

CHAPITRE VI

L'ÉQUATION DU BILAN D'ÉNERGIE POUR UN CORPS ISOLÉ

1. LA NATURE DU PROBLÈME. LE RAISONNEMENT A SUIVRE

Tous les résultats acquis jusqu'à présent supposent une surface naturelle horizontale et homogène dans son aspect supérieur. Il convient de généraliser la théorie au cas d'un corps isolé qui évapore. Dans cette première partie théorique, nous devons raisonner d'une manière générale pour un corps absolument quelconque. Ce dernier pourra être, par exemple, un seau d'eau posé sur le sol, un être humain, une plante en pot, un massif végétal, une habitation, une feuille, un insecte, etc.

La recherche de l'équation du bilan d'énergie pour un corps isolé sera basée sur le principe de la conservation de l'énergie énoncé sous la forme suivante :

le flux d'énergie entrant à travers la surface entière S délimitant le corps isolé avec son milieu, moins le flux d'énergie sortant à travers cette surface, égale l'augmentation d'énergie du corps au cours de la période.

L'équation du bilan d'énergie d'un corps isolé n'offre d'intérêt pratique que si les conditions définissant le mode précis d'isolement du corps y figurent sous une forme générale telle que, dans chaque cas particulier d'application, l'équation cherchée puisse être obtenue en calculant les termes de l'équation générale pour le corps considéré et pour les conditions spéciales qui définissent son isolement.

Or, les conditions d'isolement du corps s'identifient avec celles qui précisent les interactions du corps et de l'entourage. Il est clair que ces interactions doivent apparaître explicitement dans l'équation cherchée, dont l'écriture revient en somme à traduire le bilan énergétique de ces interactions.

Celles-ci sont, au point de vue énergétique, de nature diverse. Il faudra donc définir d'abord globalement les termes énergétiques représentant les diverses formes d'énergie échangeables entre un corps et son entourage dans la nature et les représenter par des symboles. Ces formes sont évidemment les mêmes que celles rencontrées dans l'analyse détaillée faite aux chapitres II et III pour une surface horizontale naturelle. Dans ce dernier cas, l'entourage se réduisait géométriquement à la calotte hémisphérique entière du ciel et, phy-

siquement, aux actions exercées sur la surface par l'atmosphère de cette calotte. Pour un corps isolé, l'entourage complet est formé : 1° d'une certaine ouverture céleste totale au-dessus du corps par laquelle celui-ci échange librement de l'énergie avec le ciel; 2° des corps voisins qui entourent le corps et échangent avec lui de l'énergie (entourage au sens étroit ou *voisinage*).

Ces symboles posés, l'écriture de l'équation cherchée en découle immédiatement par l'application du principe énoncé plus haut. Il suffira d'avoir analysé les termes énergétiques globaux en fonction des échanges avec l'entourage pour obtenir l'équation complète du bilan d'énergie, sous une forme utilisable dans les problèmes d'application selon l'entourage particulier offert au corps.

Bien entendu, comme vérification, l'équation générale trouvée pour le corps naturel isolé devra redonner l'équation classique lorsque le corps isolé devient une surface naturelle horizontale. La distinction faite dans l'entourage complet entre ouverture céleste libre et voisinage doit permettre de retrouver immédiatement l'équation (II.22), car si le corps isolé que l'on considère est identifié au système des corps d'une surface homogène horizontale, l'ouverture céleste libre devient la calotte hémisphérique, tandis que les termes de voisinage s'annulent tous comme bilans d'actions et de réactions latérales opposées.

Enfin, il est clair que la théorie du bilan d'énergie d'un corps isolé et tous les termes de ce bilan sont maintenant aux trois dimensions d'espace x, y, z , alors que la théorie pour une surface homogène n'introduisait que la dimension verticale z .

2. DÉFINITION DES TERMES GLOBAUX DE L'ÉQUATION

L'équation du bilan d'énergie d'une surface naturelle horizontale comporte les termes énergétiques ci-après (II.22) :

- 1° Le rayonnement global incident G ;
- 2° La réflexion de ce rayonnement aG ;
- 3° L'énergie métabolique des êtres vivants μG ;
- 4° Le rayonnement thermique effectif N ;
- 5° La chaleur sensible échangée avec l'air K ;
- 6° La chaleur gagnée par le corps Q_i ;
- 7° La chaleur dispersée aux parois Q_o ;
- 8° L'énergie latente de vaporisation V .

La généralisation de ces termes pour un corps naturel isolé est immédiate. Les termes généralisés seront désignés par une lettre majuscule placée entre parenthèses pour rappeler que le symbole se

rapporte à un corps isolé. Ils seront définis aussi pour l'unité de temps et pour la surface externe entière S du corps en contact avec l'atmosphère et échangeant de l'énergie avec l'entourage.

a) **Le terme de rayonnement incident.**

Nous désignerons par (I) le flux du rayonnement court ($0,3 - 3 \mu$), incident de toutes parts sur la surface entière du corps. Ce rayonnement est formé :

a) du rayonnement incident directement sur le corps par l'ouverture céleste : soit du soleil $(I)_S$, soit du ciel par diffusion $(I)_D$;

b) du rayonnement incident indirectement sur le corps 1° par transmission à travers les corps semi-transparents du voisinage $(I)_{T.ec}$, et 2° par réflexion diffuse du rayonnement global incident sur les corps constituant ce voisinage, $(R)_{ec}$. L'indice *ec* signifie « de l'entourage vers le corps ».

On a donc
$$(I) = (I)_S + (I)_D + (I)_{T.ec} + (R)_{ec}. \quad (VI.1)$$

Il est naturel de grouper ensemble tous ces termes, car un récepteur de rayonnement court qui prospecterait le rayonnement incident à la surface S du corps isolé mesurerait la somme des divers rayonnements courts du second membre, sans pouvoir dissocier ces rayonnements.

b) **Le terme de perte par transmission et par réflexion.**

Le corps reçoit du rayonnement incident $(I)_{T.ec}$ transmis par le voisinage mais, par contre, selon son degré de transparence, il laisse filtrer une quantité $(I)_{T.ce}$ de rayonnement par transmission du corps vers l'entourage. Ce terme de transmission peut atteindre 30 % du rayonnement incident pour les feuilles d'une plante isolée. Il peut représenter encore beaucoup plus pour un corps bien transparent. Désignons par (t_r) la *transparence* ou encore la *transmittance* du corps, rapport entre l'énergie transmise et l'énergie incidente. On peut écrire

$$(I)_{T.ce} = (t_r) (I). \quad (VI.2a)$$

D'autre part, le corps isolé perd par réflexion une énergie (R) représentant une part (a) de l'énergie incidente (I) sur la surface S du corps :

$$(R) = (a) (I). \quad (VI.2b)$$

Le coefficient (a) définit l'albedo moyen du corps isolé. Le terme de réflexion (R) se compose :

a) de la réflexion directe $(R)-$ s'effectuant librement vers le ciel dans l'angle solide total de l'ouverture céleste;

b) de la réflexion $(R)_{ce}$ par la surface du corps et vers l'entourage du rayonnement court incident.

Le terme de réflexion s'écrit ainsi

$$(R) = (R)^- + (R)_{ce}. \quad (VI.3)$$

Le terme « perte par transmission, réflexion » est donc donné par la relation

$$(TR) = (I)_{T.ce} + (R)^- + (R)_{ce} = [(t_r) + (t)] (I). \quad (VI.4)$$

Le groupement du terme perte par transmission et du terme perte par réflexion se justifie du fait qu'un récepteur de rayonnement court qui prospecterait l'énergie émise par la surface du corps isolé mesurerait en fait (TR) sans pouvoir dissocier la réflexion de la transmission.

c) **Le terme de métabolisme.**

Désignons par (M) l'énergie métabolique nette, bilan entre l'énergie prélevée au milieu extérieur pour entretenir la vie et la part de cette énergie restituée comme déchet par un corps isolé contenant des êtres vivants, soit être vivant lui-même. Le terme (M) ainsi défini a le signe plus dans le second membre de l'équation du bilan d'énergie écrite sous la forme homologue de (II.22).

1° Pour une plante verte isolée, l'énergie prélevée au milieu (M_p) l'est par photosynthèse brute comme partie (a_p) d'utilisation du rayonnement incident (I) . L'énergie restituée comme déchet est ici (Q_r) , chaleur dégagée dans la respiration globale. On peut donc écrire

$$(M) = -[(M_p) - (Q_r)] = -[(a_p) (I) - (Q_r)], \quad (VI.5)$$

D'où en généralisant la relation (II.9) pour un corps isolé

$$(M) = -(a'_p) (I), \quad (VI.6)$$

(a_p) et (a'_p) étant respectivement les efficacités photosynthétiques brute et nette de la plante verte isolée.

Pour l'animal ou pour l'homme, le terme (M) s'identifie à l'énergie produite par l'oxydation, au sein des tissus, des aliments absorbés et des réserves biochimiques du corps.

Cette énergie d'oxydation définit le « métabolisme ». Elle résulte d'une équation globale de « respiration » des tissus que nous posons :

$$\left. \begin{array}{l} \text{aliments} \\ + \\ \text{réserves} \\ \text{initiales} \end{array} \right\} + n O_2 = p CO_2 + q H_2O + \left. \begin{array}{l} \text{déchets} \\ + \\ \text{réserves} \\ \text{finales} \end{array} \right\} + (Q_r) \text{ calories.} \quad (VI.7)$$

Les calories dégagées (Q_r) sont homologues des calories (Q_r) de respiration du végétal de (VI.6). Mais ici le terme homologue de

$\alpha_p(I)$, énergie de photosynthèse constituant l'aliment de base de la plante, devient Q_A , chaleur de combustion des aliments absorbés et digérés.

Si l'on désigne par Q_D la chaleur de combustion des déchets, par E_1 et E_2 les états initial et final de l'énergie biochimique endothermique de l'organisme, l'équation (VI.7) donne

$$(M) \equiv (Q_r) = (Q_A - Q_D) - (E_2 - E_1). \quad (\text{VI.8})$$

On posera
$$E_2 - E_1 = \Delta E. \quad (\text{VI.9})$$

Pour l'être humain, (M) se mesure en pratique par l'oxygène nO_2 consommé. Cette méthode suppose l'invariance du rapport $(Q_r)/nO_2$ dans (VI.7). Le *taux métabolique* exprime les grandes calories dégagées par heure. Il peut varier de 60 cal/heure pendant le sommeil à environ 750-1.200 cal/h par le travail physique le plus intense que l'individu peut fournir. Les calories (Q_r) sont dissipées par travail, évaporation, rayonnement thermique, convection, chaleur interne, etc., selon un bilan que nous préciserons plus tard.

d) Le terme de perte par rayonnement thermique effectif.

Nous désignerons par (N) le flux du rayonnement thermique effectif du corps isolé à travers sa surface S . Cette énergie se compose :

a) Du rayonnement effectif $(N)^-$ vers l'ouverture céleste, qui s'exerce librement du corps vers l'atmosphère. Il est mesuré par

$$(N)^- = (N)_c^- - (1 - \alpha_{Nc}^-) (N_{Ac}), \quad (\text{VI.10})$$

$(N)_c^-$ est le rayonnement thermique émis vers le ciel par la surface du corps selon la loi de STEFAN; α_{Nc}^- est l'albedo dans l'infra-rouge thermique de cette surface pour le contre-rayonnement atmosphérique $(N)_{Ac}$ incident sur le corps de l'ouverture céleste;

b) Du rayonnement thermique $(N)_{ec}$ émis par le corps vers l'entourage;

c) Du rayonnement thermique $(N)_{ec}$ incident sur le corps et envoyé par l'entourage, mais dont une partie $\alpha_{Nc}(N)_{ec}$ est réfléchi par le corps.

On peut donc écrire pour le terme de rayonnement thermique

$$(N) = (N)^- + [(N)_{ec} - (1 - \alpha_{Nc})(N)_{ec}]. \quad (\text{VI.II})$$

e) Autres termes.

5° Le flux de la chaleur sensible échangée par la surface du corps avec l'air environnant se désignera par (K) .

6° Le gain de chaleur du corps isolé en fin de période sera noté (Q_i) .

7° La chaleur dispersée aux parois avec les corps en contact ou à travers la section fictive qui achève d'isoler le corps particulier considéré d'un ensemble sera désignée par (Q_i) . S'il s'agit d'une feuille, par exemple, cette section sera celle du pétiole à travers laquelle passent des calories par conduction et par convection dans le courant de la sève.

8° Nous exprimerons enfin par (V) les calories consacrées à l'évaporation du corps isolé.

3. L'ÉQUATION DU BILAN D'ÉNERGIE D'UN CORPS ISOLÉ

a) Expression générale.

L'équation du bilan d'énergie pour un corps isolé qui généralise celle d'une surface naturelle horizontale s'écrit alors comme suit, en attribuant aux divers termes définis ci-dessus un signe + ou — selon l'application du principe énoncé plus haut :

$$\begin{array}{l}
 (V) = [(I) - (TR)] + (M) - (N) - (K) - (Q_i) - (Q_t) \\
 \text{avec} \\
 (I) - (TR) = [(I)_S + (I)_D - (R)^-] + [(I)_{T,ec} - (I)_{T,ce}] + [(R)_{ec} - (R)_{ce}] \quad (VI.12) \\
 (N) = [(N)^- - (1 - \alpha_{Nc})(N)_{Ac}] + [(N)_{ce} - (1 - \alpha_{Nc})(N)_{ec}]
 \end{array}$$

b) L'équation du bilan d'énergie d'une plante isolée.

Pour une plante isolée ou un massif isolé de plantes, l'équation du bilan d'énergie s'écrit, en tenant compte dans l'expression (VI.12) des relations (VI.6) et (VI.4),

$$(V) = [1 - (\alpha) - (\alpha'_p) - (\alpha'_r)](I) - (N) - (K) - (Q_i) - (Q_t) \quad (VI.13)$$

avec (VI.1),

$$(I) = (I)_S + (I)_D + (I)_{T,ec} + R_{ec}. \quad (VI.14)$$

BIBLIOGRAPHIE.

1933. ALBRECHT, F., Ein strahlungsbilanzmesser zur Messung des Strahlungshaushalts von Oberflächen. (*Meteor. Zeitschrift*, Bd 50, pp. 62-65.)
1935. — Die kalorimetrischen Messmethoden der atmosphärischen Strahlungsforschung. In Handbuch der Meteorologischen Instrumenten, éd. par E. KLEINSCHMIDT, Springer, Berlin, 733 p., pp. 109-185.
1950. — Die Methoden zur Bestimmung der Verdunstung der natürlichen Erdoberfläche. (*Archiv. Meteor. Geophys. und Biokl.*, B II, 1-2, pp. 1-38.)
1936. ANDERSON, D. B., Relative humidity or vapor pressure deficit (*Ecology*, vol. XVIII, pp. 277-282.)
1915. ANGSTRÖM, A., A study of the radiation of the atmosphere (*Smithson Inst. Misc. Coll.*, vol. 65, n° 3.)
1924. — Report of the international commission for solar research on actinometric investigations of solar and atmospheric radiation. (*Quat. Journ. Roy. Meteor. Soc.*, L, pp. 121-125.)
1925. — The albedo of various surface of ground. (*Geografiska Annaler*, 7, pp. 323-342.)
1934. — Über des Zusammenhang Strahlung und Sonnenscheindauer. (*Bioklim. Beiblätter*, vol. I, Heft 1, pp. 6-10.)
1948. BAVER, L. D., Soil Physics. 2d ed. Wiley, New-York, 398 p.
1941. BEIRNAERT, A., La Technique culturale sous l'Équateur. I. Influence de la culture sur les réserves en humus et en azote des terres équatoriales. (Publ. INÉAC, Série technique, n° 26, Bruxelles, 86 p.)
1954. BERNARD, E. A., Sur la caractérisation physique des sols souhaitée par l'écoclimatologue pour l'étude rationnelle des interactions atmosphère-sol-végétation. (Actes et Comptes Rendus du V^e Congrès International de la Science du Sol, Léopoldville, août 1954, vol. II, Com. I.12, pp. 96-103, Bruxelles.)
1956. BERNARD, E. A. et FRÈRE, M., Une expression pratique de l'évaporation potentielle d'une surface naturelle en climat tropical. Vol. Commémoratif Serv. Météor. Angola, Luanda (sous presse).
1949. BERNARD, E. A. et PICHEL, R., Données préliminaires sur l'écoclimatologie comparée du couvert de divers clones d'hévéa et leurs influences sur le recru naturel. (Comptes Rendus Conf. Africaine Sols [Goma], Com. n° 170; *Bulletin agricole du Congo belge*, XL, 1, pp. 837-862.)
1945. BERRY, F. A., BOLLAY, E. et BEERS, N. R., Handbook of meteorology. Mc Graw-Hill, New-York, 1068 p.
1949. BOLZ, H. M. et FALKENBERG, G., Neubestimmung der Konstanter der Angströmschen Strahlungsformel. (*Zeit. Meteor.*, 3, pp. 97-100.)
1926. BOWEN, I. S., The ratio of heat losses by conduction and by evaporation from any water surface. (*Physical Review*, vol. 27, pp. 779-787.)
1929. BOYNTON, W. P. et BRATTAIN, W. H., Interdiffusion of gases and vapors. (Intern. Crit. Tables, 1st ed., V, pp. 62-63, Mc Graw-Hill, New-York.)

1932. BRUNT, D., Notes on Radiation in the Atmosphere. (*Quat. Journ. Roy. Meteor. Soc.*, LVIII, 1932, pp. 389-418.)
1939. — Physical and Dynamical Meteorology, 2d ed., Cambridge Univ. Press, 428 p.
1955. CHAPMAN, S., The molecular diffusive rate of change of composition in the atmosphere. (*Journal of Meteorology*, vol. 12, n° 2, pp. 111-116.)
1952. CHAPMAN, S. et COWLING, T. G., The mathematical theory of nonuniform gases. An account of the kinetic theory of viscosity, thermal conduction, and diffusion in gases. Cambridge, Univ., Press, 2d ed., 431 p.
1927. CUMMINGS, N. W. et BURT RICHARDSON, Evaporation from lakes. (*Physical Review*, vol. 30, pp. 527-534.)
1949. DEACON, E. L., Vertical diffusion in the lowest layers of the atmosphere. (*Quat. Journ. Roy. Meteor. Soc.*, LXXV, 323, pp. 89-103.)
1941. EDLEFSEN, N. E., Some thermodynamic aspects of the use of soil-moisture by plants. (Report of the Committee on physics of soil-moisture 1940-1941, American geophysical Union Transactions of 1941, Part III, Report, pp. 916-925; Discussion, pp. 926-940.)
1943. EDLEFSEN, N. E. et ANDERSON, A. B. C., Thermodynamics of soil-moisture. (*Hilgardia*, vol. 15, n° 2, Univ. of Calif., 298 p.)
1928. FALKENBERG, G., Absorptionskonstanten einiger meteorologisch Wichtiger Körper für infrarote Wellen. (*Meteor. Zeitschrift*, 45, pp. 334-337.)
1948. FRITZ, S., The albedo of the ground and atmosphere. (*Bull. Amer. Meteor. Soc.*, vol. 29, n° 6, pp. 303-312.)
1950. GEIGER, R., The Climate near the Ground. Blue Hill Meteor. Observatory, Harvard Univ., Cambridge, 482 p.
1921. GIBLETT, M. A., Some problems connected with evaporation from large expanses of water. (*Proc. Roy. Soc. London*, Ser. A, 99, pp. 472-490.)
1947. GLASSTONE, S., Thermodynamics for chimists. Van Nostrand C^o, New-York, 522 p.
1946. GOFF, J. A. et GRATCH, S., Low-Pressure Properties of Water from — 160 to 212° F. (*Trans. Am. Soc. Heat. Vent. Eng.*, vol. 52.)
1952. GREW, K. E. et IBBS, T. L., Thermal diffusion in gases. Cambridge Monographs on physics. Camb. Univ. Press, 143 pp.
1941. HOLZMAN, B., The heat-balance method for the determination of evaporation from water-surfaces. (American Geophysical Union Transactions of 1941, Part III, pp. 655-659; Discussion, pp. 659-660.)
1949. KERSTEN, M. S., Thermal Properties of Soils. University of Minnesota. Institute of Technology. Bulletin n° 28, 227 p.
1941. KIEFER, P. J., The Thermodynamic Properties of Water Vapor. (*Monthly Weather Review*, vol. 69, November.)
1929. KRUYT, H. R. et MODDERMAN, J. G., Heats of Absorption and Wetting. (*Intern. Crit. Tables*, 1st ed., V, pp. 139-143, Mc Graw-Hill, New-York.)
1937. LEIGHLY, J., A note on evaporation. (*Ecology*, vol. 18, pp. 180-198.)
1939. LETTAU, H., Atmosphärische Turbulenz, Akadem. Verlagsgesell. Leipzig, 283 p. (Published by J. W. EDWARDS, lithoprinted, 1944.)
1951. — Diffusion in the upper atmosphere. In *Compendium of Meteorology*, edited by T. F. MALONE. (*Am. Meteor. Soc.*, Boston, 1334 p., pp. 320-333.)

1923. LEWIS, G. N. et RANDALL, M., Thermodynamics and the free energy of chemical substances. Mc Graw-Hill, New-York.
1951. LIST, R. J., Smithsonian Meteorological Tables. 6th ed. Smithsonian Institution, Washington, 527 p.
1875. MAQUENNE, M., Recherches sur le pouvoir émissif des feuilles. (*C. R. Séances Acad. Sciences*, Paris, 80, pp. 1357-1359.)
1955. MANGE, P., Diffusion processes in the thermosphere. (*Annales de Géophysique*, t. 11, n° 2, pp. 153-168.)
1955. MÖLLER, F., Strahlungsvorgänge in Bodennähe. (*Zeit. Meteor.*, Bd. 9, H. 2, Februar 1955, pp. 47-53.)
1947. MONTGOMERY, R. B., Viscosity and thermal conductivity of air and diffusivity of water vapor in air. (*Journal of Meteorology*, vol. 4, n° 6, pp. 193-196.)
1939. MÖRIKOFER, W., Meteorologische Strahlungsmethoden. In ABDERHALDEN, E., Handbuch der Biologischen Arbeitsmethoden, Abt II, Teil 3, pp. 4005-4245.
1951. — The determination of the radiation balance of the earth. (*Union Géodésique et Géophysique Intern.*, IX^e Assemblée Générale, Bruxelles, Publ. AIM, n° 9/c, pp. 207-215.)
- 1951 a. NICOLET, M. et DOGNIAUX, R., La détermination du climat de la radiation par la mesure de la durée d'insolation. (*Geofisica pura e applicata*, Milan, vol. XX, pp. 67-76. Inst. Royal Météor. Belgique, Contribution n° 2.)
- 1951 b. — Étude de la radiation globale du Soleil. (*Mém. Inst. Royal Météor. Belgique*, vol. XLVII, 50 p.)
1949. ORGANISATION MÉTÉOROLOGIQUE INTERNATIONALE, Conference of Directors, Washington, 1947, OMI, Publ. n° 71, Lausanne.
1951. — Valeurs de quelques fonctions et constantes physiques utilisées en météorologie. Définitions et spécifications de la vapeur d'eau dans l'atmosphère. (OMI, Publ. n° 79, 92 p., Lausanne.)
1939. ORTH, R., Zur Kenntnis des Lichklimas der Tropen und Subtropen sowie des tropischen Urwaldes. (*Mitt. Gerlands Beiträge Geoph.*, 55, Dozenten-Afrikareise 1938, pp. 52-102.)
- 1949 a. PASQUILL, F., Eddy diffusion of water vapour and heat near the ground (*Proc. Roy. Soc. London*, vol. 198, pp. 116-140.)
- 1949 b. — Some estimates of the amount and diurnal variation of evaporation from a clayland pasture in fair spring weather. (*Quat. Journ. Roy. Meteor. Soc.*, LXXV, pp. 249-256.)
1948. PENMAN, H. L., Natural evaporation from open water, bare soil and grass. (*Proc. Roy. Soc. London*, A, vol. 193, n° 1032, pp. 120-145.)
1952. PRIESTLEY, C. H. B. et SHEPPARD, P. A., Turbulence and transfer processes in the atmosphere. (*Quat. Journ. Roy. Meteor. Soc.*, LXXVIII, 338, pp. 488-529.)
1951. RABINOWITCH, E. L., Photosynthesis and Related Processes. Vol. II, Part 1. Intersc. Publ. New-York.
1946. RAMDAS, L. A. et RAMAN, P. K., A method of estimation of the thickness of the « laminar » layer above an evaporating water surface. (*Proceedings of the Indian Academy of Sciences*, XXIII, n° 3, Sec. A, pp. 127-133.)
1954. RIDER, N. E., Evaporation from an oat field. (*Quat. Journ. Roy. Meteor. Soc.*, LXXX, 344, pp. 198-211.)

1951. RIDER, N. E. et ROBINSON, G. D., A study of the transfer of heat and water vapour above a surface of short grass. (*Quat. Journ. Roy. Meteor. Soc.*, LXXVII, 333, pp. 375-401.)
1950. ROBINSON, G. D., Notes on the measurement and estimation of atmospheric radiation. 2. (*Quat. Journ. Roy. Meteor. Soc.*, LXXVI, 327, pp. 37-51.)
1931. ROHWER, C., Evaporation from free water surfaces. (U. S. Dept Agr. Techn. Bull. n° 371, 96 p.)
1935. SCHOFIELD, R. K., The pF of the water in the soil. (*Transactions of the Third Intern. Congress of Soil Science*, Oxford, vol. 2, Murby, London, pp. 37-48.)
1900. SCHUBERT, J., Der jährliche Gang der Luft- und Boden-temperatur und der Wärmeaustausch, 37 p., Berlin.
1930. — Das Verhalten des Bodens gegen Wärme. In BLANCK, E., Handbuch der Bodenlehre, vol. 6, pp. 342-375, Berlin, Springer.
- 1947 a. SHEPPARD, P. A., The aerodynamic drag of the earth's surface and the value of VON KARMAN's constant in the lower atmosphere. (*Proc. Roy. Soc. London*, A, 188, pp. 208-222.)
- 1947 b. — The measurement of ground stress and the value of VON KARMAN's constant. A reply to R. B. MONTGOMERY. (*Quart. Journ. Roy. Meteor. Soc.*, LXXIII, pp. 462-463.)
1929. SHULL, C. A., A spectrophotometric study of reflection of light from leaf surfaces. (*The Botanical Gazette*, LXXXVII, n° 5, pp. 583-607.)
1949. SMITH, J. H. C., Products of Photosynthesis. Chapter 3, pp. 53-94, in : Photosynthesis in Plants, edited by J. FRANCK and W. E. LOOMIS, Iowa State College Press, 500 p.
1947. SUMMER, E. J., Diurnal variation of evaporation from natural surfaces. (*The Meteorological Magazine*, vol. 76, Part I, n° 901, pp. 151-157; Part II, n° 902, pp. 175-179.)
1949. SUTTON, O. G., Atmospheric turbulence. Methuen's « Monographs on physical subjects », London, 107 p., 4 fig., 2 tables.
1953. — Micrometeorology, a study of the physical processes in the lowest layers of the earth's atmosphere. Mc Graw-Hill, New-York, 333 p.
1943. SVERDRUP, H. U., Oceanography for Meteorologists. Prentice Hall, New-York, 246 p.
1946. SVERDRUP, H. U., JOHNSON, M. W. et FLEMING, R. H., The Oceans. Their Physics, Chemistry and General Biology. Prentice Hall, New-York, 1087 p.
1948. THORNTWHAITE, C. W., An approach toward a rational classification of climate. (*Geographical Review*, XXXVIII, n° 1, 1948, pp. 55-94.)
1939. THORNTWHAITE, C. W. et HOLZMAN, B., The determination of evaporation from land and water surfaces. (*Monthly Weather Review*, 67, pp. 4-11.)
1942. — Measurement of Evaporation from land water surfaces. (U. S. Dept Agr., Techn. Bull. n° 817, 75 p.)
1896. TRABERT, W., Neuere Beobachtungen über die Verdampfungsgeschwindigkeit. (*Meteor. Zeitschrift*, p. 261.)
1948. VAN MIEGHEM, J. et DUFOUR, L., Thermodynamique de l'atmosphère. (*Inst. Roy. Météor. de Belgique*, Mémoires, XXX, 247 pp.)
1931. WAGNER, A., Zur Frage der Verdunstung. (*Mitt. Gerlands Beiträge Geoph.*, 34, pp. 85-101.)

Publications de l'INÉAC

Les publications de l'INÉAC peuvent être échangées contre des publications similaires et des périodiques émanant des Institutions belges ou étrangères. **S'adresser : 12, rue aux Laines, à Bruxelles.** Elles peuvent être obtenues moyennant versement du prix de vente au n° 8737 du compte chèques postaux de l'Institut.

Les études sont publiées sous la responsabilité de leurs auteurs.

SÉRIE SCIENTIFIQUE

1. **LEBRUN, J., Les essences forestières des régions montagneuses du Congo oriental,** 264 pp., 28 fig., 18 pl., 25 F, 1935. (*Epuisé.*)
2. **STEYAERT, R. L., Un ennemi naturel de *Stephanoderes*. Le *Beauveria bassiana* (BALS.) VUILLEMIN,** 46 pp., 16 fig., 5 F, 1935. (*Epuisé.*)
3. **GHEQUÏÈRE, J., État sanitaire de quelques palmeraies de la province de Coquilhatville,** 40 pp., 15 F, 1935.
4. **STANER, P., Quelques plantes congolaises à fruits comestibles,** 56 pp., 9 fig., 9 F, 1935. (*Epuisé.*)
5. **BEIRNAERT, A., Introduction à la biologie florale du palmier à huile,** 42 pp., 28 fig., 12 F, 1935. (*Epuisé.*)
6. **JURION, F., La brûlure des caféiers,** 28 pp., 30 fig., 8 F, 1936. (*Epuisé.*)
7. **STEYAERT, R. L., Étude des facteurs météorologiques régissant la pullulation du *Rhizoctonia Solani* KÜHN sur le cotonnier,** 27 pp., 3 fig., 20 F, 1936.
8. **LEROY, J. V., Observations relatives à quelques insectes attaquant le caféier,** 30 pp., 9 fig., 10 F, 1936. (*Epuisé.*)
9. **STEYAERT, R. L., Le port et la pathologie du cotonnier. — Influence des facteurs météorologiques,** 32 pp., 11 fig., 17 tabl., 30 F, 1936. (*Epuisé.*)
10. **LEROY, J. V., Observations relatives à quelques hémiptères du cotonnier,** 20 pp., 18 pl., 9 fig., 35 F, 1936. (*Epuisé.*)
11. **STOFFELS, E., La sélection du caféier *arabica* à la Station de Mulungu. (Premières communications),** 41 pp., 22 fig., 12 F, 1936. (*Epuisé.*)
12. **OPSOMER, J. E., Recherches sur la « Méthodique » de l'amélioration du riz à Yangambi. I. La technique des essais,** 25 pp., 2 fig., 15 tabl., 25 F, 1937.
13. **STEYAERT, R. L., Présence du *Sclerospora Maydis* (RAC.) PALM (*S. javanica* PALM) au Congo belge,** 16 pp., 1 pl., 15 F, 1937.
14. **OPSOMER, J. E., Notes techniques sur la conduite des essais avec plantes annuelles et l'analyse des résultats,** 79 pp., 16 fig., 20 F, 1937. (*Epuisé.*)
15. **OPSOMER, J. E., Recherches sur la « Méthodique » de l'amélioration du riz à Yangambi. II. Études de biologie florale. — Essais d'hybridation,** 39 pp., 7 fig., 25 F, 1938.
16. **STEYAERT, R. L., La sélection du cotonnier pour la résistance aux stigmatomycoses,** 29 pp., 10 tabl., 8 fig., 20 F, 1939.
17. **GILBERT, G., Observations préliminaires sur la morphologie des plantules forestières au Congo belge,** 28 pp., 7 fig., 20 F, 1939.
18. **STEYAERT, R. L., Notes sur deux conditions pathologiques de l'*Elaeis guineensis*,** 13 pp., 5 fig., 10 F, 1939.
19. **HENDRICKX, F. L., Observations sur la maladie verrueuse des fruits du caféier,** 11 pp., 1 fig., 10 F, 1939.
20. **HENRARD, P., Réaction de la microflore du sol aux feux de brousse. — Essai préliminaire exécuté dans la région de Kisantu,** 23 pp., 15 F, 1939.
21. **SOYER, D., La « rosette » de l'arachide. — Recherches sur les vecteurs possibles de la maladie,** 23 pp., 7 fig., 18 F, 1939.
22. **FERRAND, M., Observations sur les variations de la concentration du latex *in situ* par la microméthode de la goutte de latex,** 33 pp., 1 fig., 20 F, 1941.
23. **WOUTERS, W., Contribution à la biologie florale du maïs. — Sa pollinisation libre et sa pollinisation contrôlée en Afrique centrale,** 51 pp., 11 fig., 30 F, 1941.

24. OPSOMER, J. E., **Contribution à l'étude de l'hétérosis chez le riz**, 30 pp., 1 fig., 18 F, 1942.
- 24^{bis}. VRIJDAGH, J., **Étude sur la biologie des *Dysdercus supersticiosus* F. (Hemiptera)**, 19 pp., 10 tabl., 15 F, 1941.
25. DE LEENHEER, L., **Introduction à l'étude minéralogique des sols du Congo belge**, 45 pp., 4 fig., 25 F, 1944.
- 25^{bis}. STOFFELS, E., **La sélection du caféier *arabica* à la Station de Mulungu. (Deuxièmes communications)**, 72 pp., 11 fig., 30 tabl., 50 F, 1942. (*Epuisé.*)
26. HENDRICKX, F. L., LEFÈVRE, P. C. et LEROY, J.-V., **Les *Antestia* spp. au Kivu**, 69 pp., 9 fig., 5 graph., 50 F, 1942. (*Epuisé.*)
27. BEIRNAERT, A. et VANDERWEYEN, R., **Contribution à l'étude génétique et biométrique des variétés d'*Elaeis guineensis* JACQUIN. (Communication n° 4 sur le palmier à huile)**, 100 pp., 9 fig., 34 tabl., 60 F, 1941. (*Epuisé.*)
28. VRIJDAGH, J. M., **Étude de l'acarirose du cotonnier, causée par *Hemitarsonemus latus* (BANKS) au Congo belge**, 25 pp., 6 fig., 20 F, 1942.
29. SOYER, D., **Miride du cotonnier *Creontiades pallidus* RAMB. Capsidae (Miridae)**, 15 pp., 8 fig., 25 F, 1942. (*Epuisé.*)
30. LEFÈVRE, P. C., **Introduction à l'étude de *Helopeltis orophila* GHESQ.**, 46 pp., 6 graph., 10 tabl., 14 photos, 45 F, 1942. (*Epuisé.*)
31. VRIJDAGH, J. M., **Étude comparée sur la biologie de *Dysdercus nigrofasciatus* STÅL, et *Dysdercus melanoderes* KARSCH.**, 32 pp., 1 fig., 3 pl. en couleur, 40 F, 1942.
32. CASTAGNE, E., ADRIAENS, L. et ISTAS, R., **Contribution à l'étude chimique de quelques bois congolais**, 30 pp., 15 F, 1946.
33. SOYER, D., **Une nouvelle maladie du cotonnier. — La Psyllose provoquée par *Paurocephala gossypii* RUSSELL**, 40 pp., 1 pl., 9 fig., 50 F, 1947.
34. WOUTERS, W., **Contribution à l'étude taxonomique et caryologique du genre *Gossypium* et application à l'amélioration du cotonnier au Congo belge**, 383 pp., 5 pl., 18 fig., 250 F, 1948.
35. HENDRICKX, F. L., **Sylloge fungorum congensium**, 216 pp., 100 F, 1948.
36. FOUGE, J., **L'attaque du bois de Limba (*Terminalia superba* ENGL. et DIELS) par le *Lycytus brunneus* LE C.**, 17 pp., 9 fig., 15 F, 1947.
37. DONIS, C., **Essai d'économie forestière au Mayumbe**, 92 pp., 3 cartes, 63 fig., 70 F, 1948.
38. D'HOORE, J. et FRIPIAT, J., **Recherches sur les variations de structure du sol à Yangambi (Congo belge)**, 60 pp., 8 fig., 30 F, 1948.
39. HOMÈS, M. V., **L'alimentation minérale du Palmier à huile *Elaeis guineensis* JACQ.**, 124 pp., 16 fig., 100 F, 1949.
40. ENGELBEEN, M., **Contribution expérimentale à l'étude de la Biologie florale de *Cinchona Ledgeriana* MOENS**, 140 pp., 18 fig., 28 photos, 120 F, 1949.
41. SCHMITZ, G., **La Pyrale du Caféier *Robusta Dichocrocis crocodora* MEYRICK, biologie et moyens de lutte**, 132 pp., 36 fig., 100 F, 1949.
42. VANDERWEYEN, R. et ROELS, O., **Les variétés d'*Elaeis guineensis* JACQUIN du type *albescens* et *Elaeis melanococca* GAERTNER (em. BAILEY). Note préliminaire**, 24 pp., 16 fig., 3 pl., 30 F, 1949.
43. GERMAIN, R., **Reconnaissance géobotanique dans le Nord du Kwango**, 22 pp., 13 fig., 25 F, 1949.
44. LAUDELOUT H. et D'HOORE, J., **Influence du milieu sur les matières humiques en relation avec la microflore du sol dans la région de Yangambi (Congo belge)**, 32 pp., 20 F, 1949.
45. LÉONARD, J., **Étude botanique des copaliers du Congo belge**, 158 pp., 23 photos, 16 fig., 3 pl., 130 F, 1950.
46. KELLOGG, C. E. et DAVOL, F. D., **An exploratory study of soil groups in the Belgian Congo**, 73 pp., 35 photos, 100 F, 1949.
47. LAUDELOUT, H., **Étude pédologique d'un essai de fumure minérale de l'« *Elaeis* » à Yangambi**, 21 pp., 25 F, 1950.
48. LEFÈVRE, P. C., ***Bruchus obtectus* SAY ou Bruche des haricots (*Phaseolus vulgaris* L.)**, 68 pp., 35 F, 1950.
49. LECOMTE, M., DE COENE, R. et CORCELLE, F., **Observations sur les réactions du cotonnier aux conditions de milieu**, 55 pp., 7 fig., 70 F, 1951.
50. LAUDELOUT, H. et DU BOIS, H., **Microbiologie des sols latéritiques de l'Uele**, 36 pp., 30 F, 1951.
51. DONIS, C. et MAULOUX, E., **Sur l'uniformisation par le haut. Une méthode de conversion des forêts sauvages**, 80 pp., 4 fig. hors texte, 100 F, 1951.
52. GERMAIN, R., **Les associations végétales de la plaine de la Ruzizi (Congo belge) en relation avec le milieu**, 322 pp., 28 fig., 83 photos, 180 F, 1952.
53. ISTAS, J. R. et RAEKELBOOM, E. L., **Contribution à l'étude chimique des bois du Mayumbe**, 122 pp., 17 pl., 3 tabl., 100 F, 1952.

54. FRIPIAT, J. J. et GASTUCHE, M.-C., **Étude physico-chimique des surfaces des argiles. Les combinaisons de la kaolinite avec les oxydes du fer trivalent**, 60 pp., 50 F, 1952.
55. DE LEENHEER, L., D'HOORE, J. et SYS, K., **Cartographie et caractérisation pédologique de la catena de Yangambi**, 62 pp., 50 F, 1952.
56. RINGOET, A., **Recherches sur la transpiration et le bilan d'eau de quelques plantes tropicales (Palmer à huile, Caféier, Cacaoyer, etc.)**, 139 pp., 25 fig., 140 F, 1952.
57. BARTHOLOMEW, W. V., MEYER, J. et LAUDELOUT, H., **Mineral nutrient immobilization under forest and grass fallow in the Yangambi (Belgian Congo) Region — with some preliminary results on the decomposition of plant material on the forest floor**, 27 pp., 10 tabl., 30 F, 1953.
58. HOMÈS, M. V., **L'alimentation minérale du cacaoyer (*Theobroma Cacao* L.)**, 128 pp., 6 fig., 125 F, 1953.
59. RUHE, R. V., **Erosion Surfaces of Central African Interior High Plateaus**, 56 pp., 100 F, 1954.
60. WAEGEMANS, G., **Les latérites de Gimbi (Bas-Congo)**, 28 pp., 4 fig., 4 photos, 25 F, 1954.
61. MULLENDERS, W., **La végétation de Kaniama (Entre-Lubishi-Lubilash, Congo belge)**, 499 pp., 39 fig., 18 pl., 6 tabl. hors texte. 180 F, 1954.
62. D'HOORE, J., **L'accumulation des sesquioxydes libres dans les sols tropicaux**, 132 pp., 37 photos, 24 fig., 80 F, 1954.
- 62^{bis}. D'HOORE, J., **De accumulatie van vrije sesquioxyden in tropische gronden**, 134 pp., 37 foto's, 24 fig., 80 F, 1954.
63. LEBRUN, J. et GILBERT, G., **Une classification écologique des forêts du Congo**, 90 pp., 1 fig., 1 carte hors texte, 16 photos, 60 F, 1954.
64. DE HEINZELIN, J., **Observations sur la genèse des nappes de gravats dans les sols tropicaux**, 37 pp., 14 fig., 30 F, 1955.
65. DEVRED, R., **Les savanes herbeuses de la région de Mvuazi (Bas-Congo)**, 115 pp., 7 tabl., 100 F, 1956.
66. RUHE, V., **Landscape evolution in the High Ituri, Belgian Congo**, 92 pp., 18 fig., 7 photos, VI tabl., 90 F, 1956.
67. GERMAIN, R. et EVRARD, C., **Étude écologique et phytosociologique de la forêt à *Brachystegia laurentii***, 105 pp., 12 fig., 7 photos, 90 F, 1956.
68. BERNARD, E., **Le déterminisme de l'évaporation dans la nature**, 162 pp., 2 fig., 135 F, 1956.

SÉRIE TECHNIQUE

1. RINGOET, A., **Notes sur la préparation du café**, 52 pp., 13 fig., 5 F, 1935. (*Épuisé.*)
2. SOYER, L., **Les méthodes de mensuration de la longueur des fibres du coton**, 27 pp., 12 fig., 3 F, 1935. (*Épuisé.*)
3. SOYER, L., **Technique de l'autofécondation et de l'hybridation des fleurs du cotonnier**, 19 pp., 4 fig., 2 F, 1935. (*Épuisé.*)
4. BEIRNAERT, A., **Germination des graines d'*Elaeis*. Essai entrepris à Yangambi**, 39 pp., 7 fig., 8 F, 1936. (*Épuisé.*)
5. WÆLKENS, M., **Travaux de sélection du coton**, 107 pp., 23 fig., 50 F, 1936. (*Épuisé.*)
6. FERRAND, M., **La multiplication de l'*Hevea brasiliensis* au Congo belge**, 34 pp., 11 fig., 12 F, 1936. (*Épuisé.*)
7. REYFENS, J. L., **La production de la banane au Cameroun**, 23 pp., 20 fig., 8 F, 1936. (*Épuisé.*)
8. PITTEY, R., **Quelques données sur l'expérimentation cotonnière. — Influence de la date des semis sur le rendement. — Essais comparatifs**, 61 pp., 47 tabl., 23 fig., 40 F, 1936.
9. WÆLKENS, M., **La purification du Triumph Big Boll dans l'Uele**, 44 pp., 22 fig., 30 F, 1936.
10. WÆLKENS, M., **La campagne cotonnière 1935-1936**, 46 pp., 9 fig., 25 F, 1936.
11. WILBAUX, R., **Quelques données sur l'épuration de l'huile de palme**, 16 pp., 6 fig., 5 F, 1937. (*Épuisé.*)
12. STOFFELS, E., **La taille du caféier *arabica* au Kivu**, 34 pp., 22 fig., 8 photos et 9 planches, 15 F, 1937. (*Épuisé.*)
13. WILBAUX, R., **Recherches préliminaires sur la préparation du café par voie humide**, 50 pp., 3 fig., 12 F, 1937. (*Épuisé.*)
14. SOYER, L., **Une méthode d'appréciation du coton-graines**, 30 pp., 7 fig., 9 tabl., 8 F, 1937. (*Épuisé.*)
15. WILBAUX, R., **Recherches préliminaires sur la préparation du cacao**, 71 pp., 9 fig., 40 F, 1937. (*Épuisé.*)

16. SOYER, D., **Les caractéristiques du cotonnier au Lomami. — Étude comparative de cinq variétés de cotonniers expérimentées à la Station de Gandajika**, 60 pp., 14 fig., 3 pl., 24 tabl., 40 F, 1937.
17. RINGOET, A., **La culture du quinquina. — Possibilités au Congo belge**, 40 pp., 9 fig., 10 F, 1938. (*Épuisé.*)
18. GILLAIN, J., **Contribution à l'étude de races bovines indigènes au Congo belge**, 33 pp., 16 fig., 20 F, 1938.
19. OPSOMER, J.E. et CARNEWAL, J., **Rapport sur les essais comparatifs de décorticage de riz exécutés à Yangambi en 1936 et 1937**, 39 pp., 6 fig., 12 tabl. hors texte, 25 F, 1938.
20. LECOMTE, M., **Recherches sur le cotonnier dans les régions de savane de l'Uele**, 38 pp., 4 fig., 8 photos, 20 F, 1938.
21. WILBAUX, R., **Recherches sur la préparation du café par voie humide**, 45 pp., 11 fig., 30 F, 1938. (*Épuisé.*)
22. BANNEUX, L., **Quelques données économiques sur le coton au Congo belge**, 46 pp., 25 F, 1938.
23. GILLAIN, J., « **East Coast Fever** ». — **Traitement et immunisation des bovidés**, 32 pp., 14 graphiques, 20 F, 1939.
24. STOFFELS, E. H. J., **Le quinquina**, 51 pp., 21 fig., 3 pl., 12 tabl., 18 F, 1939. (*Épuisé.*)
- 25a. FERRAND, M., **Directives pour l'établissement d'une plantation d'Hevea greffés au Congo belge**, 48 pp., 4 pl., 13 fig., 30 F, 1941.
- 25b. FERRAND, M., **Aanwijzingen voor het aanleggen van een geënte Hevea aanplanting in Belgisch-Congo**, 51 pp., 4 pl., 13 fig., 30 F, 1941.
26. BEIRNAERT, A., **La technique culturale sous l'Équateur**, xi-86 pp., 1 portrait héliog., 4 fig., 22 F, 1941. (*Épuisé.*)
27. LIVENS, J., **L'étude du sol et sa nécessité au Congo belge**, 53 pp., 1 fig., 16 F, 1943. (*Épuisé.*)
- 27^{bis}. BEIRNAERT, A. et VANDERWEYEN, R., **Note préliminaire concernant l'influence du dispositif de plantation sur les rendements. (Communication n° 1 sur le palmier à huile)**, 26 pp., 8 tabl., 10 F, 1940. (*Épuisé.*)
28. RINGOET, A., **Note sur la culture du cacaoyer et son avenir au Congo belge**, 82 pp., 6 fig., 36 F, 1944.
- 28^{bis}. BEIRNAERT, A. et VANDERWEYEN, R., **Les graines livrées par la Station de Yangambi. (Communication n° 2 sur le palmier à huile)**, 41 pp., 15 F, 1941. (*Épuisé.*)
29. WAELKENS, M. et LECOMTE, M., **Le choix de la variété de coton dans les Districts de l'Uele et de l'Ubangui**, 31 pp., 7 tabl., 25 F, 1941.
30. BEIRNAERT, A. et VANDERWEYEN, R., **Influence de l'origine variétale sur les rendements. (Communication n° 3 sur le palmier à huile)**, 26 pp., 8 tabl., 20 F, 1941. (*Épuisé.*)
31. POSKIN, J.-H., **La taille du caféier robusta**, 59 pp., 8 fig., 25 photos, 60 F, 1942. (*Épuisé.*)
32. BROUWERS, M.-J.-A., **La greffe de l'Hevea en pépinière et au champ**, 29 pp., 8 fig., 12 photos, 30 F, 1943. (*Épuisé.*)
33. DE POERCK, R., **Note contributive à l'amélioration des agrumes au Congo belge**, 78 pp., 60 F, 1945.
34. DE MEULEMEESTER, D. et RAES, G., **Caractéristiques de certaines variétés de coton spécialement congolaises (Première partie)**, 110 pp., 40 F, 1947.
35. DE MEULEMEESTER, D. et RAES, G., **Caractéristiques de certaines variétés de coton spécialement congolaises (Deuxième partie)**, 37 pp., 40 F, 1947.
36. LECOMTE, M., **Étude des qualités et des méthodes de multiplication des nouvelles variétés cotonnières au Congo belge**, 56 pp., 4 fig., 40 F, 1949.
37. VANDERWEYEN, R. et MICLOTTE, H., **Valeur des graines d'Elaeis guineensis Jacq. livrées par la Station de Yangambi**, 24 pp., 15 F, 1949.
38. FOUARGE, J., SACRÉ, E. et MOTTET, A., **Appropriation des bois congolais aux besoins de la Métropole**, 17 pp., 20 F, 1950.
39. PICHEL, R. J., **Premiers résultats en matière de sélection précoce chez l'Hévéa**, 43 pp., 10 fig., 40 F, 1951.
40. BAPTIST, A.-G., **Matériaux pour l'étude de l'économie rurale des populations de la Cuvette forestière du Congo belge**, 63 pp., 50 F, 1951.
41. ISTAS, J.-R. et HONTOY, J., **Composition chimique et valeur papetière de quelques espèces de Bambous récoltées au Congo belge**, 23 pp., 7 tabl., 25 F, 1952.
42. CAPOT, J., DE MEULEMEESTER, D., BRYNAERT, J. et RAES, G., **Recherches sur une plante à fibres : L'Abroma augusta L. f.**, 113 pp., 59 fig., 100 F, 1953.
43. ISTAS, J. R., HEREMANS R. et RAEKELBOOM, E. L., **Caractères généraux des bois feuillus du Congo belge en relation avec leur utilisation dans l'industrie des pâtes à papier. — Étude détaillée de quelques essences**, 123 pp., 46 photos, 80 F, 1954.

44. HELLINCKX, L., **Les propriétés des copals du Congo belge en relation avec leur origine botanique**, 44 pp., 40 F, 1955.
45. HENNAUX, L. et COMPÈRE, R., **Le ravitaillement en calcium et en phosphore et le comportement du squelette du bétail au Congo belge**, 45 pp., 11 photos, 50 F, 1955.
46. ANTOINE, R. C. et LALOYAU, L. E., **Le débit des bois à la scie à ruban. I. — Introduction à l'étude du sciage des principaux bois du Congo belge**, 31 pp., 8 fig., 25 F, 1955.
47. ANTOINE, R. C. et LALOYAU, L. E., **Le débit des bois à la scie à ruban. II. — Étude du sciage de *Chlorophora excelsa* (Kambala, Mulundu)**, 77 pp., 33 fig., 2 abaques, 60 F, 1955.
48. HENNAUX, L., **L'alimentation minérale du bétail au Congo belge**, 117 pp., 11 photos hors texte, 160 F, 1956.
49. PICHEL, R., **Les pourridiés de l'Hévéa dans la Cuvette congolaise**, 480 pp., 149 fig. noir et couleur, 30 graphiques, 1 carte hors texte, 400 F, 1956.
50. LALOYAU, L., **Le travail de la scie circulaire. Application au sciage du Diambi (*Guarea cedrata*)**, 46 pp., 8 photos, 8 + 12 fig., 40 F, 1956.

FLORE DU CONGO BELGE ET DU RUANDA-URUNDI

Spermatophytes.

Prix par volume : édition sur papier ordinaire : 300 F, édition sur papier bible : 500 F.
 Volume I (1948). Volume II (1951). Volume III (1952). Volume IV (1953). Volume V (1954).
 Volume VI (1954).

ATLAS ANATOMIQUE DES BOIS DU CONGO BELGE

Spermatophytes.

Volume I. LEBACQ, L., *Podocarpaceae, Cupressaceae, Ulmaceae, Moraceae, Proteaceae et Olacaceae*, 26 + 32 pp., 1 tabl., 32 pl., 52 fig., 250 F, 1955.

Volume II. LEBACQ, L., *Annonaceae, Myristicaceae, Monimiaceae, Lauraceae, Cappariaceae*, 36 pp., 1 tabl., 36 pl., 250 F, 1955.

CARTE DES SOLS ET DE LA VÉGÉTATION DU CONGO BELGE ET DU RUANDA-URUNDI.

- Livraison 1. Kaniama (Haut-Lomami), 54 pp., 8 photos, 3 cartes, 15 fig., 150 F, 1955.
- Livraison 2. Mvuazi (Bas-Congo), 40 pp., 2 cartes, 3 fig., 100 F, 1954.
- Livraison 3. Vallée de la Ruzizi, 48 pp., 2 cartes, 5 tabl., 100 F, 1955.
- Livraison 4. Nioka (Ituri), 58 pp., 5 cartes, 3 fig., 7 pl., 450 F, 1954.
- Livraison 5. Mosso (Urundi), 40 pp., 5 cartes, 200 F, 1955.
- Livraison 6. Yangambi. Planchette 1 : Weko, 23 pp., 2 cartes, 100 F, 1954.
- Livraison 7. Bugesera-Mayaga (Ruanda), 58 pp., 3 cartes, 1 fig., 150 F, 1956.
- Livraison 8. Vallée de la Lufira, 71 pp., 2 cartes, 1 fig., 100 F, 1956.

COLLECTION IN-4°

LOUIS, J. et FOUARGE, J., **Essences forestières et bois du Congo.**

Fascicule 1. Introduction, 72 pp., 1 tabl. + 15 pl. hors texte, 180 F, 1953.

Fascicule 2. *Afrormosia elata*, 22 pp., 6 pl., 3 fig., 55 F, 1943.

Fascicule 3. *Guarea Thompsoni*, 38 pp., 4 pl., 8 fig., 85 F, 1944.

Fascicule 4. *Entandrophragma palustre*, 75 pp., 4 pl., 5 fig., 180 F, 1947.

Fascicule 5. *Guarea Laurentii*, xiv-14 pp., 1 portrait héliog., 3 pl., 60 F, 1948.

Fascicule 6. *Macrolobium Dewevrei*, 44 pp., 5 pl., 4 fig., 90 F, 1949.

BERNARD, E., **Le climat écologique de la Cuvette centrale congolaise**, 240 pp., 36 fig., 2 cartes, 70 tabl., 300 F, 1945.

BULTOT, F., **Régimes normaux et cartes des précipitations dans l'Est du Congo belge (Long. : 26° à 31° Est, Lat. : 4° Nord à 5° Sud), pour la période 1930 à 1946** (Communication n° 1 du Bureau climatologique), 56 pp., 1 fig., 1 pl., 13 cartes, 300 F, 1950.

BULTOT, F., **Carte des régions climatiques du Congo belge établie d'après les critères de Köppen** (Communication n° 2 du Bureau climatologique), 16 pp., 1 carte, 80 F, 1950.

- BULTOT, F., **Sur le caractère organisé de la pluie au Congo belge** (Communication n° 6 du Bureau climatologique), 16 pp., 8 cartes, 80 F, 1952.
- BULTOT, F., **Saisons et périodes sèches et pluvieuses au Congo belge et au Ruanda-Urundi** (Communication n° 9 du Bureau climatologique), 70 pp., 1 fig., 7 cartes, 16 tabl., 250 F, 1954.
- BULTOT, F., **Étude statistique des pluies intenses en un point et sur une aire au Congo belge et au Ruanda-Urundi** (Communication n° 11 du Bureau climatologique), 90 pp., 100 F, 1956.
- * * * **Chutes de pluie au Congo belge et au Ruanda-Urundi pendant la décade 1940-1949** (Communication n° 3 du Bureau climatologique), 248 pp., 160 F, 1951.
- * * * **Bulletin climatologique annuel du Congo belge et du Ruanda-Urundi. Année 1950** (Communication n° 4 du Bureau climatologique), 103 pp., 100 F, 1952.
- * * * **Bulletin climatologique annuel du Congo belge et du Ruanda-Urundi. Année 1951** (Communication n° 5 du Bureau climatologique), 99 pp., 100 F, 1952.
- * * * **Bulletin climatologique annuel du Congo belge et du Ruanda-Urundi. Année 1952** (Communication n° 7 du Bureau climatologique), 145 pp., 120 F, 1953.
- * * * **Bulletin climatologique annuel du Congo belge et du Ruanda-Urundi. Année 1953** (Communication n° 8 du Bureau climatologique), 153 pp., 120 F, 1954.
- * * * **Bulletin climatologique annuel du Congo belge et du Ruanda-Urundi. Année 1954** (Communication n° 10 du Bureau climatologique), 161 pp., 120 F, 1955.
- * * * **Bulletin climatologique annuel du Congo belge et du Ruanda-Urundi. Année 1955** (Communication n° 12 du Bureau climatologique), 202 pp., 1 carte hors texte, 180 F, 1956.
- DE HEINZELIN, J., **Sols, paléosols et désertifications anciennes dans le secteur nord-oriental du bassin du Congo**, 168 pp., 52 fig., 1 tabl. + 8 pl. hors texte, 250 F, 1952.
- FOURGE, J., GÉRARD, G. et SACRÉ, E., **Bois du Congo**, 424 pp., 1 tabl. + 41 pl. hors texte, 400 F, 1953.

HORS SÉRIE

- * * * **Renseignements économiques sur les plantations du secteur central de Yangambi**, 24 pp., 10 F, 1935.
- * * * **Rapport annuel pour l'Exercice 1936**, 143 pp., 48 fig., 30 F, 1937.
- * * * **Rapport annuel pour l'Exercice 1937**, 181 pp., 26 fig., 1 carte hors texte, 40 F, 1938.
- * * * **Rapport annuel pour l'Exercice 1938** (1^{re} partie), 272 pp., 35 fig., 1 carte hors texte, 60 F, 1939.
- * * * **Rapport annuel pour l'Exercice 1938** (2^e partie), 216 pp., 50 F, 1939.
- * * * **Rapport annuel pour l'Exercice 1939**, 301 pp., 2 fig., 1 carte hors texte, 50 F, 1941.
- * * * **Rapport pour les Exercices 1940 et 1941**, 152 pp., 50 F, 1943 (imprimé en Afrique).
- * * * **Rapport pour les Exercices 1942 et 1943**, 154 pp., 50 F, 1944 (imprimé en Afrique).
- * * * **Rapport pour les Exercices 1944 et 1945**, 191 pp., 80 F, 1947.
- * * * **Rapport annuel pour l'Exercice 1946**, 184 pp., 70 F, 1948.
- * * * **Rapport annuel pour l'Exercice 1947**, 217 pp., 80 F, 1948.
- * * * **Rapport annuel pour l'Exercice 1948**, 290 pp., 150 F, 1949.
- * * * **Rapport annuel pour l'Exercice 1949**, 306 pp., 150 F, 1950.
- * * * **Rapport annuel pour l'Exercice 1950**, 392 pp., 160 F, 1951.
- * * * **Rapport annuel pour l'Exercice 1951**, 436 pp., 160 F, 1952.
- * * * **Jaarverslag voor het dienstjaar 1951**, 438 pp., 160 F, 1953.
- * * * **Rapport annuel pour l'Exercice 1952**, 395 pp., 160 F, 1953.
- * * * **Jaarverslag voor het dienstjaar 1952**, 398 pp., 160 F, 1953.
- * * * **Rapport annuel pour l'Exercice 1953**, 507 pp., 160 F, 1954.
- * * * **Jaarverslag voor het dienstjaar 1953**, 509 pp., 160 F, 1954.
- * * * **Rapport annuel pour l'Exercice 1954**, 492 pp., 160 F, 1955.
- * * * **Jaarverslag voor het dienstjaar 1954**, 492 pp., 160 F, 1955.
- * * * **Rapport annuel pour l'Exercice 1955**, 570 pp., 160 F, 1956.
- GOEDERT, P., **Le régime pluvial au Congo belge**, 45 pp., 4 tabl., 15 planches et 2 graphiques hors texte, 40 F, 1938.
- BELOT, R. M., **La sériciculture au Congo belge**, 148 pp., 65 fig., 15 F, 1938. (*Épuisé.*)

- BAEYENS, J., **Les sols de l'Afrique centrale et spécialement du Congo belge**, Tome I. Le Bas-Congo, 375 pp., 9 cartes, 31 fig., 40 photos, 50 tabl., 150 F, 1938. (*Épuisé.*)
- LEBRUN, J., **Recherches morphologiques et systématiques sur les caféiers du Congo**, 183 pp., 19 pl., 80 F, 1941. (*Épuisé.*)
- TONDEUR, R., **Recherches chimiques sur les alcaloïdes de l' « Erythrophleum »**, 52 pp., 50 F, 1950.
- * * * **Communications de l'I. N. É. A. C.**, Recueil n° 1, 66 pp., 7 fig., 60 F, 1943. (Imprimé en Afrique.) (*Épuisé.*)
- * * * **Communications de l'I. N. É. A. C.**, Recueil n° 2, 144 pp., 60 F, 1945. (Imprimé en Afrique.)
- * * * **Comptes rendus de la Semaine agricole de Yangambi (du 26 février au 5 mars 1947)**, 2 vol. illustr., 952 pp., 500 F, 1947.
- * * * **L'Institut National pour l'Étude Agronomique du Congo belge (INÉAC). Son but. Son programme. Ses réalisations**, 3^e éd., juin 1956, 114 pp., 64 photos, 100 F, 1956.

FICHES BIBLIOGRAPHIQUES

Les fiches bibliographiques éditées par l'Institut peuvent être distribuées au public moyennant un abonnement annuel de 500 francs (pour l'étranger, port en plus). Cette documentation bibliographique est éditée bimensuellement, en fascicules d'importance variable, et comprend environ 3.000 fiches chaque année. Elle résulte du recensement régulier des acquisitions des bibliothèques de l'Institut qui reçoivent la plupart des publications périodiques et des ouvrages de fond intéressant la recherche agronomique en général et plus spécialement la mise en valeur agricole des pays tropicaux et subtropicaux.

Outre les indications bibliographiques habituelles, ces fiches comportent un indice de classification (établi d'après un système empirique calqué sur l'organisation de l'Institut) et un compte rendu sommaire.

Un fascicule-spécimen peut être obtenu sur demande.

BULLETIN D'INFORMATION DE L'I. N. É. A. C.

1. Publié sous la même couverture que le *Bulletin agricole du Congo belge* (s'adresser à la Rédaction de ce dernier Bulletin, au Ministère des Colonies, 7, place Royale, Bruxelles).

2. Publié séparément (s'adresser à l'I. N. É. A. C.) :

- Vol. I, 1952 (trimestriel) : 75 F.
- Vol. II, 1953 (bimestriel) : 100 F.
- Vol. III, 1954 (bimestriel) : 100 F.
- Vol. IV, 1955 (bimestriel) : 100 F.
- Vol. V, 1956 (bimestriel) : 100 F.

B. COMITÉ DE DIRECTION.

Président :

M. JURION, F., Directeur général de l'I. N. E. A. C.

Représentant du Ministre des Colonies :

M. STANER, P., Inspecteur royal des Colonies.

Secrétaire :

M. LEBRUN, J., Secrétaire général de l'I. N. E. A. C.

Membres :

MM. GILLIEAUX, P., Membre du Comité Cotonnier Congolais;

HENRARD, J., Directeur de l'Agriculture, Forêts, Élevage et Colonisation,
au Ministère des Colonies;

HOMÈS, M., Professeur à l'Université Libre de Bruxelles;

OPSOMER, J., Professeur à l'Institut Agronomique de Louvain;

STOFFELS, E., Professeur à l'Institut Agronomique de l'Etat, à Gem-
bloux;

VAN STRAELEN, V., Président de l'Institut des Parcs Nationaux du
Congo Belge.

C. DIRECTEUR GÉNÉRAL.

M. JURION, F.

